

## SỬ DỤNG PHẦN MỀM GEOGEBRA HỖ TRỢ DẠY HỌC KHÁM PHÁ ĐỊNH LÝ

Phan Trọng Hải<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Trường THPT Nguyễn Huệ, Tỉnh Bến Tre

### Thông tin chung:

Ngày nhận: 16/05/2013

Ngày chấp nhận: 22/08/2013

### Title:

Using GeoGebra software support for discovery learning theorems

### Từ khóa:

Dạy học khám phá, dạy học khám phá định lý, phần mềm GeoGebra

### Keywords:

Discovery learning, discovery teaching, GeoGebra software

### ABSTRACT

Teaching theorems is one of the important tasks of the teachers of mathematics. A problem which is under concerns of many teachers to conduct research is how to teach theorems of mathematics actively. Discovery teaching method has been studied by educators around the world and in Vietnam. Recently, several authors have proposed models for teaching theorems by discovery method and teachers can apply these models in teaching effectively. This paper introduces a model for teaching theorems by discovery method with the support of GeoGebra software. This model shows the main steps that teachers can apply in discovery teaching.

### TÓM TẮT

Dạy học định lý là một trong những nhiệm vụ quan trọng của giáo viên (GV) trong dạy học môn Toán. Làm thế nào để dạy học định lý toán học một cách tích cực là vấn đề được nhiều GV quan tâm nghiên cứu. Dạy học khám phá (DHKP) đã được nhiều nhà giáo dục trên thế giới và trong nước nghiên cứu. Hiện nay, đã có một số tác giả đề xuất các mô hình DHKP định lý và GV có thể sử dụng các mô hình này trong dạy học một cách hiệu quả. Bài báo này giới thiệu một mô hình DHKP định lý với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra. Mô hình này chỉ ra các bước chính mà GV có thể áp dụng để DHKP định lý.

## 1 ĐẶT VẤN ĐỀ

Phương pháp dạy học khám phá (DHKP) được nhiều nhà khoa học giáo dục trên thế giới quan tâm nghiên cứu, trong đó phải kể đến John Dewey, Jean Piaget, Lev Vygotsky và Jerome Bruner [2]. Bruner được xem là người đầu tiên đưa ra phương pháp DHKP. Bruner cho rằng việc học tập phải là một quá trình tích cực trong đó HS kiến tạo ý tưởng mới hay khái niệm mới trên cơ sở vốn kiến thức đã có của họ. Hiện tại có nhiều mô hình để tổ chức DHKP như: Mô hình DHKP định lý có khâu nêu giả thuyết; mô hình DHKP với mối quan hệ giữa cái riêng và cái chung; mô hình DHKP với phép tương tự;...

Sự phát triển mạnh mẽ của công nghệ thông

tin làm thay đổi hàng loạt các hoạt động trong đời sống xã hội... trong đó có giáo dục. Hiện tại, việc ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học nói chung và dạy toán nói riêng không còn là vấn đề mới đối với các nước trên thế giới. Khi sử dụng các phần mềm dạy học ta có thể khai thác những điểm mạnh của công nghệ thông tin để ứng dụng vào dạy học một cách hiệu quả. Phần mềm toán học động GeoGebra là một trong những phần mềm được thiết kế để hỗ trợ dạy học môn Toán từ Tiểu học đến Đại học.

Vì vậy, trong nội dung bài báo này chúng tôi giới thiệu một số mô hình DHKP và việc sử dụng phần mềm GeoGebra hỗ trợ DHKP định lý trong dạy học môn Toán.

## 2 SỬ DỤNG PHẦN MỀM GEOGEBRA HỖ TRỢ DẠY HỌC KHÁM PHÁ ĐỊNH LÝ

### 2.1 Phương pháp dạy học khám phá

#### 2.1.1 Khái niệm dạy học khám phá

Theo [2] khái niệm dạy học khám phá được trình bày như sau:

“1) DHKP là một phương pháp dạy học khuyến khích HS đưa ra câu hỏi và tự tìm ra câu trả lời, hay rút ra những nguyên tắc từ những ví dụ hay kinh nghiệm thực tiễn.

2) DHKP có thể định nghĩa như một tình huống học tập trong đó nội dung chính cần được học không được giới thiệu trước mà phải tự khám phá bởi HS, làm cho HS là người tham gia tích cực vào quá trình học”.

Theo một số nhà nghiên cứu, trong DHKP người học cần có một số kỹ năng nhận thức như: quan sát, phân loại, phân tích, so sánh, tiên đoán, mô tả, khái quát hóa, luận ra, hình thành giả thuyết, thiết kế thí nghiệm, phân tích dữ liệu,...

#### 2.1.2 Mô hình dạy học khám phá với mối quan hệ giữa cái riêng và cái chung

Tác giả Nguyễn Phú Lộc [2] đã xây dựng mô hình DHKP với mối quan hệ giữa cái riêng và cái chung (Hình 1).

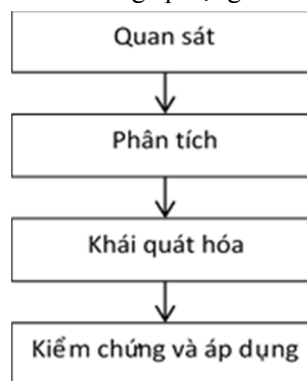
Mô hình DHKP với mối quan hệ giữa cái riêng và cái chung gồm các yếu tố:

– Quan sát: Cho HS quan sát hay khảo sát một hay nhiều trường hợp riêng.

– Phân tích: Hướng dẫn HS phân tích với các câu hỏi sau: hãy tìm các mối liên hệ giữa...? Chúng có đặc điểm gì giống nhau?...

– Khái quát hóa: Hướng dẫn HS khái quát hóa bằng các câu hỏi sau: các em hãy đưa ra kết luận có tính tổng quát (những tiên đoán) về...? các em hãy thử đưa ra một dự đoán về...?

– Kiểm chứng và áp dụng: Hướng dẫn HS kiểm chứng: chấp nhận hay bác bỏ điều dự đoán trên. Nếu chấp nhận thì làm rõ quan hệ cái chung đã đạt được và cái xuất phát và đề xuất các bài toán mới, đưa ra những áp dụng.



Hình 1

#### 2.1.3 Mô hình dạy học khám phá định lý bằng con đường tìm kiếm

Tác giả Nguyễn Phú Lộc [3] đề ra mô hình DH định lý toán học với một vấn đề tìm kiếm (Bảng 1).

**Bảng 1: Mô hình DHKP định lý bằng con đường tìm kiếm**

Hoạt động của GV (a)	Hoạt động của HS (b)
1a. Gọi động cơ học tập cho HS.	1b. Hành động theo yêu cầu của GV.
2a. Nêu ra vấn đề (bài toán)	2b. Nhận ra được vấn đề cần giải quyết.
3a. Yêu cầu HS phân tích đề bài.	3b. Chỉ ra được đâu là điều đã cho, đâu là điều phải tìm.
4a. Yêu cầu HS tìm hướng giải quyết có thể có.	4b. Đề xuất các hướng giải.
5a. Yêu cầu HS xem xét và đánh giá các hướng giải.	5b. Phân tích các hướng giải.
6a. Yêu cầu HS thực hiện lời giải theo hướng giải thích hợp nhất.	6b. Thực hiện lời giải
7a. Thể chế hóa: GV cho biết điều vừa phát hiện là một định lý cần học. Yêu cầu HS phát biểu định lý.	7b. HS phát biểu định lý
8a. Chính xác hóa định lý và chỉ ra công dụng, tầm quan trọng của định lý.	8b. Nhận biết được tầm quan trọng của định lý.

## 2.2 Sử dụng phần mềm GeoGebra hỗ trợ dạy học khám phá định lý

### 2.2.1 Vấn đề ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học môn Toán

Hiện nay, trên thế giới có hai quan điểm chủ yếu về tiếp cận công nghệ thông tin trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông: Tiếp cận công nghệ thông tin chủ yếu qua máy tính cầm tay và tiếp cận công nghệ thông tin chủ yếu qua máy vi tính. Ở quan điểm tiếp cận công nghệ thông tin qua máy vi tính, GV và HS trực tiếp ứng dụng công nghệ thông tin vào dạy - học. Các tình huống sư phạm cùng với các phần mềm dạy học sẽ tạo ra môi trường học tập hiệu quả cho HS và phát huy được sự sáng tạo trong dạy học Toán học. Hay nói theo một cách khác, nếu trọng tâm của việc dạy học là tạo ra được các tình huống sư phạm, thì công nghệ thông tin đặc biệt là các phần mềm dạy học đóng một vai trò quan trọng trong việc xây dựng các tình huống ấy.

Theo [1], sản phẩm của môi trường học tập với sự hỗ trợ của công nghệ thông tin là những HS có năng lực tư duy sáng tạo toán học, có năng lực giải quyết các vấn đề và năng lực tự học một cách sáng tạo. Như vậy, việc tổ chức dạy - học với sự hỗ trợ của máy tính điện tử và các phần mềm toán học nhằm xây dựng một môi trường dạy - học với 3 đặc tính cơ bản sau:

- Tạo ra một môi trường học tập hoàn toàn mới mà trong môi trường này tính chủ động, sáng tạo của HS được phát triển tốt nhất. Người học có điều kiện phát huy khả năng phân tích, suy đoán và xử lý thông tin một cách có hiệu quả.

- Cung cấp một môi trường cho phép đa dạng hoá mối quan hệ tương tác hai chiều giữa thầy và trò.

- Tạo ra một môi trường dạy và học linh hoạt, có tính mở.

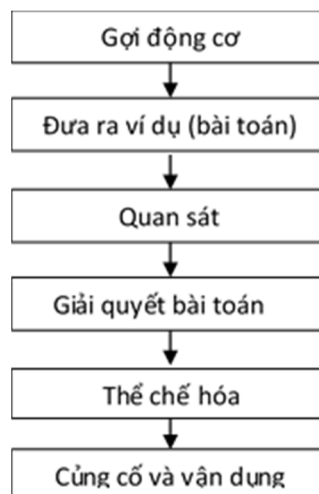
### 2.2.2 Giới thiệu phần mềm toán học động GeoGebra

GeoGebra là phần mềm toán học động được thiết kế cho việc dạy và học toán học từ Tiểu học đến Đại học. Phần mềm là sự kết hợp giữa môi trường hình học động, thao tác tính toán với các biểu thức đại số, giải tích và bảng tính điện tử trong mặt phẳng tọa độ. Do đó, nó cho phép thu hẹp khoảng cách giữa các lĩnh vực toán học của hình học, đại số, giải tích và thậm chí cả tính toán.

Một mặt, GGB có thể được sử dụng để nhận dạng khái niệm toán học cũng như để tạo ra các tài liệu giảng dạy. Mặt khác, GeoGebra có tiềm năng để thúc đẩy học tập tích cực và lấy HS làm trung tâm bằng cách cho phép thực hiện các thực nghiệm toán học, khám phá tương tác, cũng như khám phá học tập. Tác giả phần mềm là Markus Hohenwarter, giảng viên trường Đại học Salzburg, Cộng hòa Áo. Phần mềm GeoGebra được khởi tạo năm 2001 và liên tục được phát triển.

### 2.2.3 Sử dụng phần mềm GeoGebra hỗ trợ dạy học khám phá định lý

Vận dụng mô hình DHKP với mối quan hệ giữa cái riêng và cái chung và mô hình DHKP định lý toán học với một vấn đề tìm kiếm, chúng tôi đề xuất mô hình DHKP định lý với sự hỗ trợ của GeoGebra (xem Hình 2).



Hình 2

Mô hình DHKP định lý với sự hỗ trợ của GeoGebra (Hình 2) gồm các yếu tố sau:

- Gợi động cơ: Gợi lên sự quan tâm, tò mò, động viên và thu hút người học. Thiết lập mục đích dạy học, gợi lại kiến thức cũ liên quan đến nội dung dạy học.

- Đưa ra ví dụ (bài toán): GV sử dụng GeoGebra thiết kế các ví dụ hoặc ví dụ và phản ví dụ. Các ví dụ hoặc ví dụ và phản ví dụ phải được thiết kế với dạng động, trực quan.

- Quan sát: HS quan sát các ví dụ hoặc ví dụ và phản ví dụ và thực hiện các hành động sau:

+ Quan sát, đo đạc, thử nghiệm trên các ví dụ hoặc ví dụ và phản ví dụ.

+ Phân tích, so sánh, phân loại, tìm tòi, tìm kiếm và đưa ra các dự đoán về hướng giải quyết bài toán.

- Giải quyết bài toán: HS xem xét và đánh giá các hướng giải. Sau đó tiến hành giải bài toán theo hướng hợp lý nhất.

- Thẻ chế hóa: GV cho biết điều vừa phát hiện là một định lý cần học. Yêu cầu HS phát biểu định lý. GV chính xác hóa định lý và chỉ ra công dụng, tầm quan trọng của định lý.

- Củng cố và vận dụng: GV cho các bài tập củng cố và vận dụng định lý.

**Ví dụ:** Dạy học phương trình tham số của đường thẳng.

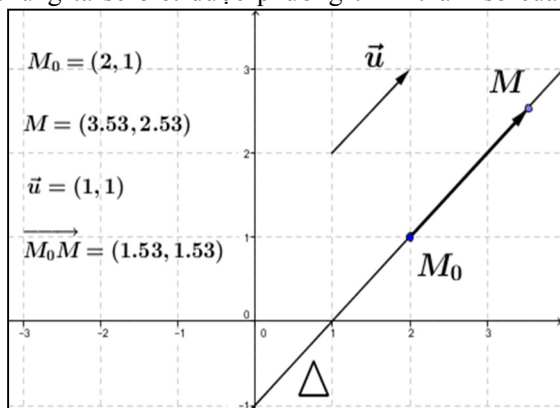
**Bước 1:** Gợi động cơ

- Hãy nêu lại một phương trình đường thẳng em đã từng được học?

- Hãy nêu định nghĩa vectơ chỉ phương của đường thẳng?

- Hãy nêu điều kiện xác định một đường thẳng?

- Từ điều kiện xác định một đường thẳng, chúng ta sẽ biết được phương trình tham số của



**Hình 3**

**Bước 4:** Giải quyết bài toán

Điều kiện cần và đủ để  $M(x; y) \in \Delta$  là  $\overrightarrow{M_0M}$  và  $\vec{u}$  cùng phương  $\Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M} = t \cdot \vec{u}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases} \quad (1)$$

**Bước 5:** Thẻ chế hóa

đường thẳng đó. Phương trình đó có dạng như thế nào? Hôm nay chúng ta sẽ tìm hiểu nó.

- Cho HS xem hình ảnh các con đường, cây cầu có dạng đường thẳng.

**Bước 2:** Đưa ra ví dụ (bài toán)

Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M_0(x_0; y_0)$  và nhận  $\vec{u} = (u_1; u_2)$  làm vectơ chỉ phương được thiết kế bằng GeoGebra.

- Trên màn hình hiện tọa độ vectơ  $\vec{u}$  và  $\overrightarrow{M_0M}$ .

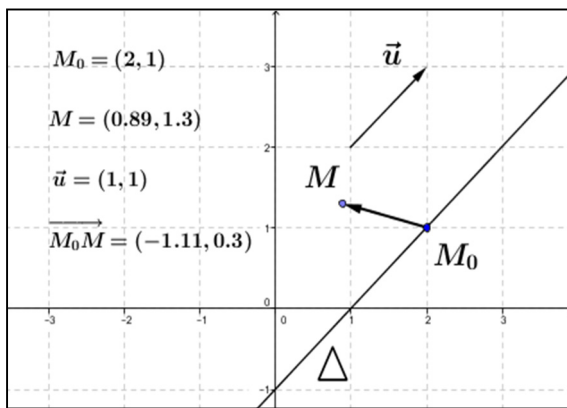
- Một điểm  $M$  di chuyển sao cho  $M \in \Delta$  thì  $\overrightarrow{M_0M}$  cùng phương  $\vec{u}$  (Hình 3) hoặc  $M \notin \Delta$  thì  $\overrightarrow{M_0M}$  không cùng phương  $\vec{u}$  (Hình 4).

Cho điểm  $M$  di chuyển để HS quan sát và đặt câu hỏi: Tìm điều kiện cần và đủ để  $M(x; y) \in \Delta$ ?

**Bước 3:** Quan sát

- HS quan sát hình, kết quả đo đạc rồi tiến hành phân tích, so sánh.

- HS tìm ra được cách giải quyết bài toán: Điều kiện cần và đủ để  $M \in \Delta$  là  $\overrightarrow{M_0M}$  và  $\vec{u}$  cùng phương.



**Hình 4**

- Hệ (1) được gọi là phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$ , trong đó  $t$  là tham số.

- GV yêu cầu HS phát biểu phương trình tham số của đường thẳng. GV chỉnh sửa và chính xác hóa.

**Bước 6:** Củng cố và vận dụng

1. Hãy tìm một điểm có tọa độ xác định và một vectơ chỉ phương của các đường thẳng sau:

$$a) \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + 2t \end{cases}; \quad b) \begin{cases} x = t \\ y = -2 - 2t \end{cases};$$

2. Hãy viết phương trình tham số của đường thẳng  $d$  trong các trường hợp sau:

a)  $d$  đi qua điểm  $A(2;3)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; -2)$ ;

b)  $d$  đi qua hai điểm  $A(2;3)$  và  $B(-1;4)$ ;

### 3 THỰC NGHIỆM SỰ PHẠM

#### 3.1 Mục đích thực nghiệm

Thực nghiệm được tiến hành nhằm mục đích kiểm nghiệm tính hiệu quả, khả thi của việc sử dụng phần mềm GeoGebra hỗ trợ dạy học khám phá định lý trong dạy học môn Toán.

**Bảng 2: Giáo án thực nghiệm sự phạm**

<b>Hoạt động của GV (a)</b>	<b>Hoạt động của HS (b)</b>
1a. Gọi động cơ - Hãy nêu lại một phương trình đường thẳng em đã từng được học. - Hãy nêu định nghĩa vectơ chỉ phương của đường thẳng. - Hãy nêu điều kiện xác định một đường thẳng. - Từ điều kiện xác định một đường thẳng, chúng ta sẽ biết được phương trình tham số của đường thẳng đó. Phương trình đó có dạng như thế nào? Hôm nay chúng ta sẽ tìm hiểu nó. - Cho HS xem hình ảnh các con đường, cây cầu có dạng đường thẳng.	1b. Thực hiện theo hướng dẫn của GV - Đường thẳng $y = ax + b$ - Định nghĩa vectơ chỉ phương của đường thẳng. - Một đường thẳng hoàn toàn được xác định nếu biết một điểm và một vectơ chỉ phương của đường thẳng đó.  - Liên tưởng đến những đường thẳng.
2a. Đưa ra ví dụ (bài toán) (phát phiếu học tập (Bảng 3)) Trong mặt phẳng $Oxy$ cho đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $M_0(x_0; y_0)$ và nhận $\vec{u} = (u_1; u_2)$ làm vectơ chỉ phương.	2b. Theo dõi
3a. Quan sát Hãy trả lời câu 1 trong phiếu học tập.	3b. Thực hiện theo yêu cầu của GV.
4a. Giải quyết bài toán Hãy trả lời câu 2 trong phiếu học tập.	4b. Thực hiện theo yêu cầu của GV.
5a. Thể chế hóa - Hệ (1) được gọi là phương trình tham số của đường thẳng $\Delta$ , trong đó $t$ là tham số. - Phát biểu phương trình tham số của đường thẳng. - Chính sửa và chính xác hóa. - Khi cho $t$ một giá trị cụ thể thì ta xác định được một điểm trên đường thẳng $\Delta$ .	5b. Thực hiện theo yêu cầu của GV.
6a. Củng cố và vận dụng Hãy giải các câu 3, 4, 5 trong phiếu học tập.	6b. Trả lời vào phiếu học tập.

#### 3.2 Nội dung và phương pháp thực nghiệm

Thực nghiệm được tiến hành trong tháng 2 năm 2013, cho khối 10, tại Trường trung học phổ thông Nguyễn Huệ, huyện Châu Thành, tỉnh Bến Tre. Lớp thực nghiệm là lớp 10A2 (sĩ số: 43); GV dạy lớp thực nghiệm: Thầy Phan Trọng Hải thực hiện.

Thực nghiệm được tiến hành trong 1 tiết. Chúng tôi đã biên soạn để dạy 1 tiết theo chương trình chính khóa qua nội dung dạy học bài phương trình đường thẳng (dạy nội dung phương trình tham số của đường thẳng). Tài liệu thực nghiệm được trình bày dưới dạng giáo án (Bảng 2), phiếu học tập (Bảng 3) trong các giờ dạy thực nghiệm được chuẩn bị sẵn cho lớp thực nghiệm.

**Bảng 3: Phiếu học tập thực nghiệm sư phạm**

- Câu 1. Hãy cho biết điều kiện cần và đủ để  $M(x; y) \in \Delta$ .
- Câu 2. Hãy sử dụng các kiến thức đã biết để biểu diễn tọa độ của điểm  $M(x; y)$  theo tọa độ của điểm  $M_0(x_0; y_0)$  và tọa độ của vectơ  $\vec{u}$  khi  $M \in \Delta$ .
- Câu 3. Hãy tìm tọa độ của một điểm và một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$ .
- Câu 4. Hãy viết phương trình tham số của đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(2; 3)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; -2)$ .
- Câu 5. Hãy viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm  $A(2; 3)$  và  $B(-1; 4)$ .

**3.3 Phân tích kết quả thực nghiệm**

Trong quá trình dạy thực nghiệm chúng tôi đã tiến hành đánh giá khả năng khám phá kiến thức của từng HS lớp thực nghiệm thông qua phiếu học tập. Kết quả thống kê khả năng khám phá của HS được trình bày trong Bảng 4.

**Bảng 4: Thống kê khả năng khám phá kiến thức của HS**

Câu	Kết quả trả lời			
	Đúng	Tỉ lệ (%)	Sai	Tỉ lệ (%)
1	43	100	0	0,00
2	43	100	0	0,00
3	43	100	0	0,00
4	43	100	0	0,00
5	40	93,02	3	6,98

Bảng 4 thể hiện khả năng khám phá kiến thức của HS trong dạy học phương trình tham số của đường thẳng. Qua quan sát kết quả trả lời các câu trong phiếu học tập cho thấy tất cả HS đều dễ dàng trả lời được các câu hỏi đề ra trong phiếu học tập.

Quá trình thực nghiệm cùng với các kết quả rút ra cho thấy: Mục đích thực nghiệm đã được hoàn thành, tính khả thi và hiệu quả của việc sử dụng phần mềm GeoGebra hỗ trợ DHKP định lý đã được khẳng định. Thực hiện mô hình DHKP định lý với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra không những giúp HS khám phá được kiến thức mới mà giúp các em phát triển tư suy sáng tạo, ngăn ngừa những sai lầm trong học tập môn Toán.

**4 KẾT LUẬN**

Phương pháp DHKP ngày càng được sử dụng rộng rãi trong dạy học môn Toán. Nếu GV biết cách sử dụng tốt các mô hình DHKP trong dạy học sẽ mang lại nhiều hiệu quả tích cực. Ngày nay, sự phát triển mạnh mẽ của công nghệ thông tin và sự ra đời của các phần mềm dạy học môn toán, đặc biệt là phần mềm toán học động GeoGebra. Nếu GV sử dụng linh hoạt phần mềm toán học động GeoGebra hỗ trợ DHKP trong dạy học sẽ giúp HS dễ dàng khám phá được kiến thức, từ đó góp phần đổi mới phương pháp dạy học ở trường phổ thông. Từ ví dụ trên và kết quả thực nghiệm đã thể hiện tính khả thi, hiệu quả của việc sử dụng phần mềm GeoGebra hỗ trợ DHKP định lý trong dạy học môn Toán.

**TÀI LIỆU THAM KHẢO**

1. Trịnh Thanh Hải (chủ biên) (2004), *Giáo trình ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học toán*, Đại học Thái Nguyên, Thái Nguyên.
2. Nguyễn Phú Lộc (2007), *Giáo trình dạy học xu hướng không truyền thống*, Tủ sách Đại học Cần Thơ.
3. Nguyễn Phú Lộc (2009), *Giáo trình học tập trong hoạt động và bằng hoạt động*, Tủ sách Đại học Cần Thơ.
4. Website hướng dẫn sử dụng phần mềm GeoGebra “[http://wiki.geogebra.org/en/Manual: Main\\_Page](http://wiki.geogebra.org/en/Manual: Main_Page)” (ngày 06/8/2013).