Tạp chí Khoa học Trường Đại học Cần Thơ
website: sj.ctu.edu.vn

CÁC KIỂU NHIỆM VỤ TRONG CHỦ ĐỀ PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG: MỘT NGHIÊN CỨU TRÊN CƠ SỞ SUY LUẬN TƯƠNG TỰ

Bùi Phương Uyên[1]

[1] Khoa Sư phạm, Trường Đại học Cần Thơ

Thông tin chung:
Ngày nhận: 17/04/2013
Ngày chấp nhận: 22/08/2013

Title:
Tasks in the topic of plane equation: A study based on analogy

Từ khóa:
Suy luận tương tự, kiểu nhiệm vụ, phương trình mặt phẳng

Keywords:
Analogy reasoning, task, plane equation

ABSTRACT

Analogy reasoning plays an important role in teaching mathematical tasks. Many researchers in Vietnam and in the other countries have used analogy reasoning in teaching these tasks and achieved several useful results. This article presents the results of research on tasks related to the topic of plane equation - Geometry 12 based on analogy reasoning with the topic of straight-line equation - Geometry 10.

TÓM TẮT

Suy luận tương tự đóng vai trò quan trọng trong việc dạy học các kiểu nhiệm vụ toán học. Nhiều nhà nghiên cứu trong và ngoài nước đã sử dụng tương tự vào dạy học các kiểu nhiệm vụ này và đạt được một số kết quả hữu ích. Trong bài báo này, chúng tôi sẽ đề cập kết quả nghiên cứu về các kiểu nhiệm vụ phương trình mặt phẳng - Hình học 12 trên cơ sở suy luận tương tự với phương trình đường thẳng - Hình học 10.

1 ĐẶT VẤN ĐỀ

Suy luận tương tự đã được phát hiện từ lâu và đóng vai trò quan trọng trong quá trình dạy học và nghiên cứu khoa học. Hiện nay, suy luận tương tự được chú ý sử dụng trong dạy học các kiểu nhiệm vụ toán học bởi nó không chỉ giúp học sinh ôn tập, hệ thống hóa kiến thức đã học, mà còn giúp khám phá cách giải của các bài toán mới. Để đạt được mục tiêu này, việc nghiên cứu sách giáo khoa (SGK) nhằm tìm hiểu các kiểu nhiệm vụ tương tự với nhau là một yêu cầu cần thiết. Với lý do đó, chúng tôi đã tiến hành tìm hiểu các kiểu nhiệm vụ trong hai chủ đề phương trình (PT) mặt phẳng trong Hình học 12 và PT đường thẳng, đồng thời đề xuất cách dạy học chủ đề PT mặt phẳng trong Hình học 10 trên cơ sở tương tự.

2 CƠ SỞ LÝ THUYẾT

2.1 Lý thuyết nhân chủng học

Quan hệ thể chế, quan hệ cá nhân

Quan hệ của thể chế I với tri thức O, R(I, O) là tập hợp các tác động qua lại mà thể chế I có với tri thức O. Nó cho biết O xuất hiện ở đâu, như thế nào, tồn tại ra sao, có vai trò gì, … trong I. Quan hệ cá nhân X với tri thức O, R (X, O) là tập hợp các tác động qua lại mà cá nhân X có với tri thức O. Nó cho biết X nghĩ gì, hiểu như thế nào về O, có thể thao tác O ra sao (Annie B. *và ctv.*, 2009).

Việc học tập của cá nhân X về đối tượng tri thức O chính là quá trình thiết lập hay điều chỉnh mối quan hệ R(X, O). Hiển nhiên, đối với một tri thức O, quan hệ của thể chế I, mà cá nhân X là một thành phần, luôn luôn để lại dấu ấn trong quan hệ R(X, O). Muốn nghiên cứu R(X, O) ta cần đặt nó trong R(I, O).

Tổ chức toán học

Hoạt động toán học là một bộ phận của các hoạt động trong một xã hội, thực tế toán học cũng là một kiểu thực tế xã hội nên cần thiết xây dựng một mô hình cho phép mô tả và nghiên cứu thực tế đó. Chính quan điểm này mà Chevallard (1998) đã đưa vào khái niệm *praxéologie* (Annie B. *và ctv.*, 2009).

Theo Chevallard, mỗi praxéologie là một bộ gồm 4 thành phần $\left[T,\tau,\theta,\Theta\right]$, trong đó T là kiểu nhiệm vụ, τ là kĩ thuật cho phép giải quyết T, θ là công nghệ giải thích cho kĩ thuật τ, Θ là lý thuyết giải thích cho θ. Một praxéologie mà các thành phần đều mang bản chất toán học được gọi là một tổ chức toán học.

Do đó, việc phân tích các tổ chức toán học liên quan đối tượng tri thức O cho phép vạch rõ mối quan hệ R(I, O) của thể chế I đối với O, từ đó hiểu được quan hệ mà cá nhân X duy trì đối với O.

2.2 Suy luận tương tự

Danh từ tương tự có nguồn gốc từ "αναλογια", một từ toán học của Hy Lạp. Từ này có nghĩa là sự bằng nhau của hai tỉ số. Ví dụ 3:4::9:12, tức là hệ hai số 3 và 4 tương tự với hệ hai số 9 và 12 (Nguyễn Phú Lộc, 2010).

Theo G. Polya (1977), tương tự là một kiểu giống nhau nào đó. Những đối tượng phù hợp với nhau trong những mối quan hệ được quy định là những đối tượng tương tự. Hai hệ là tương tự nếu chúng phù hợp với nhau trong các mối quan hệ xác định rõ ràng giữa những bộ phận tương ứng. Ví dụ tam giác trong mặt phẳng tương ứng tứ diện trong không gian.

Vật làm cơ sở cho tương tự là phần tử để so sánh gọi là nguồn; trong khi đó, những vật được giải thích, được học nhờ sử dụng tương tự gọi là đích. Mục tiêu của việc sử dụng tương tự là chuyển những tư tưởng từ kiến thức nguồn thành kiến thức đích. Nếu chúng có một số đặc điểm, tính chất chung thì một điều tương tự được rút ra. Tuy nhiên, suy luận tương tự là suy luận quy nạp, không phải là suy luận chứng minh, nên những kết luận dự kiến chỉ là giả thuyết. Thực tế đúng đắn của những suy luận tương tự không được bảo đảm, mà phải được kiểm tra một cách riêng biệt.

3 CÁC KIỂU NHIỆM VỤ

Đầu tiên, chúng tôi xin giới thiệu các kiểu nhiệm vụ chủ đề PT đường thẳng trong sách giáo khoa Hình học (SGK HH) 10. Sau đó, chúng tôi trình bày các kiểu nhiệm vụ chủ đề PT mặt phẳng trong HH 12 có nội dung và kĩ thuật giải tương tự. Mỗi kiểu nhiệm vụ được trình bày theo thứ tự: tên kiểu nhiệm vụ, ví dụ có lời giải, kĩ thuật, công nghệ và lý thuyết theo quan điểm của didactic toán. Các kiểu nhiệm vụ PT đường thẳng được kí hiệu T_i, các kiểu nhiệm vụ tương tự chủ đề PT mặt phẳng được kí hiệu T'_i.

3.1 Các bài tập về PT đường thẳng

Kiểu nhiệm vụ T_1: Viết phương trình tổng quát (PTTQ) của đường thẳng qua 2 điểm A, B.

Ví dụ (Bài 9 a. SGK HH 10 trang 84): Viết PTTQ đường thẳng qua 2 điểm A(-3;0) và B(0;5).

Giải

Ta có d có vectơ chỉ phương (VTCP) là $\overrightarrow{AB}=(3;5)$, suy ra vectơ pháp tuyến (VTPT) của d là $\vec{n}=(5;-3)$. Vậy PTTQ của d: $5\left(x+3\right)-3(y-0)=0 \Leftrightarrow 5x-3y+15=0.$

Kĩ thuật τ_1 :

– Chọn VTCP $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(a,b)$, suy ra VTPT $\vec{n}=(b,-a)$.

– Thay tọa độ A và $\vec{n}=(b,-a)$ vào PT đường thẳng $b(x-x_0)-a(y-y_0)=0$.

Công nghệ θ_1: dùng PT dạng $a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$.

Lý thuyết Θ_1: tính chất VTPTvà VTCP của đường thẳng.

Kiểu nhiệm vụ T_2: Viết PTTQ của đường thẳng d đi qua A và song song với đường thẳng $\Delta\!:\!ax+by+c=0$.

Ví dụ (Bài 4a. SGK HH 10 trang 80): Viết PTTQ của đường thẳng d qua A(3;2) và song song với PQ, với P(4;0), Q(0;-2).

Giải

PT đường thẳng PQ:

$$\frac{x}{4}+\frac{y}{-2}=1 \Leftrightarrow x-2y-4=0 .$$

Vì d//PQ nên chọn $\text{VTPT}\,\vec{n}_d=\text{VTPT}\,\vec{n}_{PQ}=(1;-2)$

Vậy PTTQ đường thẳng

d: $1(x-3)-2(y-2)=0 \Leftrightarrow x-2y+1=0.$

Kĩ thuật τ_2 :

– Chọn VTPT $\vec{n}_d$ = VTPT $\vec{n}_\Delta$ (vì $\Delta // d$).

– Thay tọa độ A và $\vec{n}_d$ vào PT

$a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$.

Công nghệ θ_2 *:* dùng PT dạng

$a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$.

Lý thuyết Θ_2 : tính chất VTPT.

Kiểu nhiệm vụ T₃: Viết PTTQ của đường thẳng d đi qua A và song song với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt. \end{cases}$

Ví dụ (Bài 4a. SGK HH 10 trang 80): Viết PTTQ của đường thẳng d qua A(3;2), song song với PQ, với P(4;0), Q(0;-2).

Giải

Ta có $\overrightarrow{PQ}=(-4;-2)$ là VTCP của PQ.

Vì d//PQ nên chọn

VPCP $\vec{u}_d = \overrightarrow{PQ} = (-4;-2) \Rightarrow$ VTPT $\vec{n}_d = (1;-2)$.

Vậy PT đường thẳng

d: $1(x-3)-2(y-2)=0 \Leftrightarrow x-2y+1=0.$

Kĩ thuật τ_3

– Chọn VTCP $\vec{u}_\Delta = (a;b) \Rightarrow$ VTPT $\vec{n}_d = (b;-a)$ (vì $\Delta // d$).

– Thay tọa độ A và $\vec{n}_d$ vào PT

$a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$.

Công nghệ θ_3 *:* dùng PT dạng

$a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$.

Lý thuyết Θ_3 : tính chất VTPT và VTCP của đường thẳng.

Kiểu nhiệm vụ T₄: Viết PTTQ của đường thẳng d đi qua A và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$.

Ví dụ (Bài 4b. SGK HH 10 trang 80): Viết PTTQ của đường thẳng trung trực của đoạn thẳng PQ, với P(4;0), Q(0;-2).

Giải

Ta có $\overrightarrow{PQ}=(-4;-2)$. Vì $(d)\perp PQ$ nên

VTPT $\vec{n}_d = -\frac{1}{2}\overrightarrow{PQ} = (2;1)$.

Vậy PTTQ đường thẳng

d: $2(x-2)+1(y+1)=0 \Leftrightarrow 2x+y-3=0.$

Kĩ thuật τ_4 :

– Chọn VTPT $\vec{n}_d$ =VTCP $\vec{u}_\Delta = (a;b)$ (vì $\Delta \perp d$).

– Thay tọa độ A và $\vec{n}_d$ vào PT

$a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$.

Công nghệ θ_4 *:* dùng PT dạng

$a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$.

Lý thuyết Θ_4 : tính chất VTPT và VTCP.

Kiểu nhiệm vụ T₅: Viết PTTQ của đường thẳng d đi qua A và vuông góc với đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0$.

Ví dụ (Bài 4b. SGK HH 10 trang 80): Viết PTTQ của đường thẳng trung trực của đoạn thẳng PQ, với P(4;0), Q(0;-2).

Giải

PT đường thẳng PQ:

$\frac{x}{4}+\frac{y}{-2}=1 \Leftrightarrow x-2y-4=0$.

Gọi I là trung điểm của PQ, suy ra I(2;-1). Đường trung trực d của PQ đi qua I và $d \perp PQ$, do đó ta chọn

VTCP $\vec{u}_d$ = VTPT $\vec{n}_{PQ} = (1;-2) \Rightarrow$ VTPT $\vec{n}_d = (2;1)$.

Vậy PTTQ đường thẳng

d: $2(x-2)+1(y+1)=0 \Leftrightarrow 2x+y-3=0.$

Kĩ thuật τ_5 :

– Chọn VTCP $\vec{u}_d$ = VTPT $\vec{n}_\Delta = (a;b)$ (vì $\Delta \perp d$).

– Suy ra VTPT $\vec{n}_d = (b; -a)$.

– Thay tọa độ A và $\vec{n}_d$ vào PT

$b(x-x_0) - a(y-y_0) = 0$.

Công nghệ θ_5: dùng PT dạng

$a(x-x_0) + b(y-y_0) = 0$.

Lý thuyết Θ_5: tính chất VTPT và VTCP.

Kiểu nhiệm vụ T₆: Viết PT tiếp tuyến *d* của đường tròn (C) tại điểm M thuộc (C).

Ví dụ (Bài toán 2 bài Đường tròn, SGK HH 10 trang 94): Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ và điểm M(4;2). Viết PT tiếp tuyến của đường tròn tại M.

Giải

Thay tọa độ M vào PT đường tròn, ta thấy M nằm trên đường tròn. Đường tròn có tâm I(1;-2). Tiếp tuyến của (C) tại M là đường thẳng qua M nhận $\overrightarrow{MI} = (-3; -4)$ làm VTPT. Vậy PT tiếp tuyến tại M là:

$-3(x-4) - 4(y-2) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - 20 = 0.$

Kĩ thuật τ_6:

– Chọn VTPT $\vec{n}_d = \overrightarrow{MI}$.

– Thay tọa độ M và $\vec{n}_d$ vào PT $a(x-x_0) + b(y-y_0) = 0$.

Công nghệ θ_6: PT đường thẳng dạng $ax+by+c=0$ và điều kiện để đường thẳng tiếp xúc đường tròn.

Lý thuyết Θ_6: tính chất tiếp tuyến của đường tròn tại một điểm.

Kiểu nhiệm vụ T₇: Viết PT tiếp tuyến *d* của đường tròn (C) biết *d* song song với đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0$.

Ví dụ (Bài 27a. SGK HH 10 trang 96): Viết PT tiếp tuyến của đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 4$ biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $3x-y+17=0$.

Giải

Đường tròn (C) có tâm O(0;0), bán kính *R=2*. Tiếp tuyến *d* song song với đường thẳng $3x-y+17=0$ nên nhận $\vec{n} = (3; -1)$ làm VTPT. PT *d* có dạng $3x-y+c=0$.

Vì *d* tiếp xúc với (C) nên $d(O,d) = R$

$\Leftrightarrow \dfrac{|3.0 - 0 + c|}{\sqrt{9+1}} = 2 \Leftrightarrow c = \pm 2\sqrt{10}$.

Vậy PT tiếp tuyến *d* là:

$3x - y + 2\sqrt{10} = 0$ và $3x - y - 2\sqrt{10} = 0.$

Kĩ thuật τ_7:

– Chọn VTPT $\vec{n}_d$ = VTPT $\vec{n}_\Delta = (a; b)$, suy ra PT *d* có dạng $ax+by+c'=0$.

– *d* tiếp xúc (C) nên $d(I,d) = R$, từ đó suy ra *c'*.

– Thay *c'* vào PT $ax+by+c'=0$.

Công nghệ θ_7: dùng PT dạng $ax+by+c=0$.

Lý thuyết Θ_7: tính chất tiếp tuyến của đường tròn $d(I,d) = R$.

3.2 Các bài tập về PT mặt phẳng

Kiểu nhiệm vụ T'₁: Viết PTTQ của mặt phẳng qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng.

Ví dụ (Bài 15a. SGK HH 12 trang 89): Viết PTTQ của mặt phẳng đi qua 3 điểm M(2;0;-1), N(1;-2;3), P(0;1;2).

Giải

Ta có

$\overrightarrow{MN} = (-1; -2; 4), \overrightarrow{MP} = (-2; 1; 3) \Rightarrow \left[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}\right] = (-10; -5; -5)$

Suy ra VTPT $\vec{n} = -\dfrac{1}{5}\left[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}\right] = (2; 1; 1)$.

Vậy PTTQ của (MNP) là:

$2(x-2) + 1(y-0) + 1(z+1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + z - 3 = 0.$

Kĩ thuật τ_2':

– Chọn 2 VTCP $\vec{u}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{u}_2 = \overrightarrow{AC}$, suy ra VTPT $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2]$.

– Thay tọa độ A và $\vec{n}$ vào PT

$A(x-x_0) + B(y-y_0) + C(z-z_0) = 0$.

Công nghệ $\theta_1^{'}$*:* dùng PT dạng $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$.

Lý thuyết Θ'_1: tính chất VTPT và tích có hướng của 2 vectơ.

Kiểu nhiệm vụ này tương tự kiểu nhiệm vụ T_1.

Kiểu nhiệm vụ T'₂: Viết PTTQ của mặt phẳng (α) đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (P): *Ax+By+Cz+D=0*.

Ví dụ (Bài 15c. SGK HH 12 trang 89): Viết PTTQ mặt phẳng (α) qua (3;2;-1) và song song với $(P): x-5y+z=0$.

Giải

Vì $(\alpha)//(P)$ nên $\vec{n}_{(\alpha)}=\vec{n}_{(P)}=(1;-5;1)$.

Vậy PT mặt phẳng (α):

$$1(x-3)-5(y-2)+1(z+1)=0 \Leftrightarrow x-5y+z+8=0.$$

Kĩ thuật $\tau_2^{'}$:

– Chọn VTPT $\vec{n}_{(\alpha)}=\vec{n}_{(P)}=(A;B;C)$ (vì $(\alpha)//(P)$).

– Thay tọa độ A và $\vec{n}_{(\alpha)}$ vào PT $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$.

Công nghệ θ'_2*:* dùng PT dạng $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$.

Lý thuyết Θ'_2: tính chất VTPT của mặt phẳng.

Kiểu nhiệm vụ T'₂ tương tự kiểu nhiệm vụ T_2.

Kiểu nhiệm vụ T'₃: Viết PTTQ của mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và song song với đường thẳng *d*.

Ví dụ (Bài 15b. SGK HH 12 trang 89): Viết PTTQ của mặt phẳng (α) đi qua A(1;1;-1), B(5;2;1) và song song với Oz.

Giải

Vì $\overrightarrow{AB}=(4;1;2), \vec{k}=(0;0;1)$ là VTCP của mặt phẳng (α) nên suy ra

VTPT $\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{k}\right]=(1;-4;0)$.

Vậy PTTQ mặt phẳng (α):

$$1(x-1)-4(y-1)+0(z+1)=0 \Leftrightarrow x-4y+3=0.$$

Kĩ thuật $\tau_3^{'}$:

– Ta có: $\overrightarrow{AB}$, VTCP $\vec{u}_d$ là các VTCP của (α).

– Chọn VTPT $\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}_d\right]$.

– Thay tọa độ A và $\vec{n}_d$ vào PT $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$.

Công nghệ θ'_3*:* dùng PT dạng $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$.

Lý thuyết Θ'_3: tính chất VTCP và tích có hướng của hai vectơ.

Kiểu nhiệm vụ T'₃ tương tự kiểu nhiệm vụ T_3.

Kiểu nhiệm vụ T'₄: Viết PTTQ mặt phẳng (α) qua điểm A và vuông góc với *d*.

Ví dụ (Bài 36 c. SBT HH 12 trang124): Viết PTTQ mặt phẳng (α) đi qua điểm M_0(1;3;-2) và vuông góc với BC, với B(0;2;-3) và C(1;-4;1).

Giải

Ta có VTPT $\vec{n}_{(\alpha)}=\vec{u}_{BC}=\overrightarrow{BC}=(1;-6;4)$.

Vậy PT mặt phẳng (α):

$$1(x-1)-6(y-3)+4(z+2)=0 \Leftrightarrow x-6y+4z+25=0.$$

Kĩ thuật $\tau_4^{'}$:

– Chọn VTPT $\vec{n}=\vec{u}_d$.

– Thay tọa độ A và $\vec{n}_d$ vào PT $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$.

Công nghệ θ'_4*:* dùng dạng $Ax+By+Cz+D=0$

Lý thuyết Θ'_4: tính chất VTPT.

Kiểu nhiệm vụ T'₄ tương tự kiểu nhiệm vụ T_4.

Kiểu nhiệm vụ T'₅: Viết PTTQ của mặt phẳng (α) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (P): *Ax+By+Cz+D=0*.

Ví dụ (Bài 15d. SGK HH 12 trang 89): Viết PTTQ mặt phẳng (α) qua A(0;1;1), B(-1;0;2) và vuông góc với mặt phẳng (P): x – y + z +1 = 0.

Giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-1;1), \vec{n}_{(P)}=(1;-1;1)$ là 2 VTCP của mặt phẳng (α).

Suy ra VTPT $\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_{(P)}\right]=(0;2;2)$.

Vậy PT mặt phẳng $(\alpha): 0(x-0)+2(y-1)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow y+z-2=0.$

Kĩ thuật τ_5':

– Ta có $\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(P)}$ là 2 VTCP của (α), chọn VTPT $\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_{(P)}\right]$.

– Thay tọa độ A và $\vec{n}_{(\alpha)}$ vào PT $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$.

Công nghệ θ_5': dùng PT dạng $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$.

Lý thuyết Θ'_5: tính chất VTCP và tích có hướng của hai vectơ.

Kiểu nhiệm vụ T'$_5$ tương tự kiểu nhiệm vụ T$_5$.

Kiểu nhiệm vụ T'$_6$: Viết PT mặt phẳng tiếp xúc (P) của mặt cầu (S) tại $M \in (S)$.

Ví dụ (46a. SBT HH 12 trang 126): Cho điểm M(4;3;0) và mặt cầu (S) có PT: $x^2+y^2+z^2-6x-2y+4z+5=0$. Viết PT mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu tại điểm M.

Giải

Thay tọa độ M vào PT mặt cầu (S) ta thấy M nằm trên (S). Mặt cầu có tâm I(3;1;-2). Mặt phẳng tiếp xúc của (S) tại M là mặt phẳng qua M nhận $\overrightarrow{IM}=(1;2;2)$ làm VTPT. Vậy PT mặt phẳng tiếp xúc là:

$(x-4)+2(y-3)+2(z-0)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-10=0.$

Kĩ thuật τ_6':

– Chọn VTPT $\vec{n}_{(P)}=\overrightarrow{MI}$.

– Thay tọa độ M và $\vec{n}_{(P)}$ vào PT $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$.

Công nghệ θ_6': dùng PT dạng $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$.

Lý thuyết Θ'_6: tính chất mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu.

Kiểu nhiệm vụ T'$_6$ tương tự kiểu nhiệm vụ T$_6$.

Kiểu nhiệm vụ T'$_7$: Viết PT mặt phẳng tiếp xúc (P) của mặt cầu (S) biết (P) song song với $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$.

Ví dụ (Bài 23 SGK HH 12 trang 90): Viết PT mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ và song song với $4x+3y-12z+1=0$.

Giải

Mặt cầu (S) có tâm I(1;2;3) bán kính R=4. Mặt phẳng tiếp xúc (P) song song với mặt phẳng $4x+3y-12z+1=0$ nên nhận $\vec{n}=(4;3;12)$ làm VTPT, suy ra PT (P) có dạng $4x+3y-12z+D=0$. Vì (P) tiếp xúc với (S) nên $d\left(I,(P)\right)=R$ hay

$$\frac{|4.1+3.2-12.3+D|}{\sqrt{16+9+144}}=4 \Leftrightarrow |D-26|=52 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=78 \\ D=-26. \end{array}\right.$$

Vậy PT mặt phẳng (P) là: $4x+3y-12z+78=0$ và $4x+3y-12z-26=0$.

Kĩ thuật τ_7':

– Chọn VTPT $\vec{n}_{(P)}=$ VTPT $\vec{n}_{(\alpha)}=(A;B;C)$, suy ra PT (P): $Ax+By+Cz+D'=0$.

– (P) tiếp xúc (S) nên $d\left(I,(P)\right)=R$, từ đó suy ra *D'*.

– Thay *D'* vào PT $Ax+By+Cz+D'=0$

Công nghệ θ'_7: Dùng dạng $Ax+By+Cz+D=0$.

Lý thuyết Θ'_7: tính chất mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu.

Kiểu nhiệm vụ này tương tự kiểu nhiệm vụ T$_7$.

Bảng 1: Thống kê số lượng bài tập theo các kiểu nhiệm vụ

Phương trình đường thẳng					Phương trình mặt phẳng				
Kiểu nhiệm vụ	Kĩ thuật	Số BT ở SGK HH10	Số BT ở SBT HH10	Tổng số	Kiểu nhiệm vụ	Kĩ thuật	Số BT ở SGK HH12	Số BT ở SBT HH12	Tổng số
T_1	τ_1	1	1	2	T'_1	τ'_1	4	1	5
T_2	τ_2	1	0	1	T'_2	τ'_2	1	1	2
T_3	τ_3	1	1	2	T'_3	τ'_3	1	0	1
T_4	τ_4	1	0	1	T'_4	τ'_4	0	2	2
T_5	τ_5	0	4	4	T'_5	τ'_5	2	1	3
T_6	τ_6	1	3	4	T'_6	τ'_6	1	2	3
T_7	τ_7	1	1	2	T'_7	τ'_7	2	0	2
Tổng số		6	10	16	Tổng số		11	7	18

Thông qua Bảng 1, chúng tôi nhận thấy có nhiều bài tập trong chủ đề PT mặt phẳng tương tự các bài tập trong chủ đề PT đường thẳng được đề cập trong SGK và SBT. Vì vậy trong dạy học, giáo viên nên chú trọng sử dụng suy luận tương tự trong dạy học các kiểu nhiệm vụ này.

4 ĐỀ XUẤT CÁCH DẠY GIẢI BÀI TẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

Bằng cách kết hợp các mô hình dạy học sử dụng suy luận tương tự (Nguyễn Phú Lộc, 2010) và các bước giải bài tập toán của G. Polya (Nguyễn Bá Kim, 2011), chúng tôi xin đưa ra một quy trình dạy học giải bài tập toán bằng cách sử dụng tương tự gồm các bước sau:

Bước 1: Tìm hiểu đề toán (bài toán đích);

Bước 2: Tìm bài toán tương tự đã biết (bài toán nguồn);

Bước 3: Phân tích các điểm giống nhau và khác nhau của 2 bài toán;

Bước 4: Suy ra cách giải cho bài toán đích;

Bước 5: Trình bày lời giải;

Bước 6: Kiểm tra và nghiên cứu lời giải.

Sau đây là hai ví dụ minh họa cho cách dạy học giải bài tập có sử dụng suy luận tương tự:

Ví dụ 1: Dạy học giải bài toán: Viết PTTQ của mặt phẳng (α) đi qua điểm A(2;3;-5) và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z}{-5}$.

Bảng 2: Dạy học kiểu nhiệm vụ T'₄ bằng suy luận tương tự

Hoạt động giáo viên	Hoạt động học sinh
▪ Hãy cho biết yêu cầu bài toán?	▪ Viết PTTQ của mặt phẳng.
▪ Hãy tìm bài toán trong mặt phẳng Oxy tương tự với bài toán đã cho.	▪ Viết PT đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với đường thẳng *d*.
▪ Hãy so sánh hai bài toán này.	▪ Hai bài toán đều có giả thuyết: đi qua điểm A, vuông góc với *d* và yêu cầu tìm PT đường thẳng (mặt phẳng).
▪ Hãy nhắc lại cách giải của bài toán trong mặt phẳng Oxy.	▪ Vì $\Delta \perp d$, ta chọn VTPT $\vec{n}_\Delta =$ VTCP $\vec{u}_d$, suy ra PT Δ.
▪ Tương tự, suy ra cách giải cho bài toán trong không gian Oxyz.	▪ Vì $(\alpha) \perp d$, ta chọn VTPT $\vec{n}_{(\alpha)} =$ VTCP $\vec{u}_d$, suy ra PT (α).
▪ Hãy trình bày lời giải hoàn chỉnh cho bài toán đã cho.	▪ Vì mặt phẳng (α) vuông góc đường thẳng *d* nên chọn VTPT $\vec{n}_{(\alpha)} =$ VTCP $\vec{u}_d = (2;-4;-5)$, suy ra PT (α) là: $2(x-2)-4(y-3)-5(z+5)=0$ $\Leftrightarrow 2x-4y-5z-17=0.$
▪ Nhận xét về lời giải trên.	▪ Lời giải trên là hợp lý.

Ví dụ 2: Viết PT mặt phẳng (P) song song với $(Q):4x+3y-12z-1=0$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$.

Bảng 3: Dạy học kiểu nhiệm vụ T'₇ bằng suy luận tương tự

Hoạt động giáo viên	Hoạt động học sinh
▪ Hãy cho biết yêu cầu bài toán?	▪ Viết PTTQ của mặt phẳng.
▪ Hãy tìm bài toán trong mặt phẳng Oxy tương tự với bài toán đã cho.	▪ Viết PT đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn (C) và song song với *d: ax+by+c=0*.
▪ Hãy so sánh hai bài toán này.	▪ Hai bài toán đều có giả thuyết: tiếp xúc đường tròn (mặt cầu), song song đường thẳng d (mặt phẳng (Q)) và yêu cầu tìm PT tiếp tuyến (mặt phẳng tiếp xúc).
▪ Nhắc lại cách giải của bài toán trong mặt phẳng Oxy.	▪ Vì $\Delta // d$ nên Δ có dạng *ax+by+c'=0*. Vì Δ là tiếp tuyến của (C) nên $d(I,\Delta)=R$, từ đó suy ra *c'* và PT Δ.
▪ Tương tự hãy suy ra cách giải cho bài toán trong không gian Oxyz.	▪ Vì $(P)//(Q)$ nên (P): *ax+by+cz+d'=0*. Vì (P) tiếp xúc với (S) nên $d(I,(P))=R$, suy ra *d'* và PT (P).
▪ Hãy trình bày lời giải hoàn chỉnh cho bài toán đã cho.	▪ (S) có tâm I(1;2;3), $R=\sqrt{14}$. Vì $(P)//(Q)$ nên $(P):4x+3y-12z+d=0$. Vì (P) tiếp xúc với (S) nên $d(I,(P))=R \Leftrightarrow \frac{\lvert 4.1+3.2-12.3+d\rvert}{13}=\sqrt{14}$ $\Leftrightarrow \lvert d-26\rvert=13\sqrt{14} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d=26+13\sqrt{14} \\ d=26-13\sqrt{14}\end{array}\right.$ Vậy PTTQ (P) là $4x+3y-12z+26+13\sqrt{14}=0$ và $4x+3y-12z+26-13\sqrt{14}=0$.
▪ Nhận xét về lời giải trên.	▪ Lời giải trên là hợp lý.

Dạy học các kiểu nhiệm vụ viết PT mặt phẳng nhờ sử dụng suy luận tương tự với các kiểu nhiệm vụ viết PT đường thẳng giúp học sinh không chỉ khám phá cách giải các bài tập này, mà còn là cơ hội để các em ôn tập, hệ thống hóa lại kiến thức cũ. Nhờ đó, các em sẽ khắc sâu kiến thức và phát triển trí nhớ.

5 KẾT LUẬN

Nhiều kiểu nhiệm vụ chủ đề PT mặt phẳng trong SGK HH 12 tương tự với nhiều kiểu nhiệm về PT đường thẳng trong SGK HH 10. Đây là một thuận lợi để có thể giúp học sinh hình thành các kĩ năng giải toán, hệ thống hóa kiến thức và phát triển trí nhớ. Vì vậy, nếu chú ý sử dụng suy luận tương tự vào dạy học chủ đề này, giáo viên có thể nâng cao hiệu quả của quá trình dạy học.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Annie Bessot, Claude Comiti, Lê Thị Hoài Châu, Lê Văn Tiến, 2009. Những yếu tố cơ bản của Didactic toán. Nhà xuất bản Đại học quốc gia TP. Hồ Chí Minh. TP. Hồ Chí Minh.
2. Bộ giáo dục và đào tạo, 2009. Hình học 10, Sách giáo khoa nâng cao. Nhà xuất bản Giáo dục. Hà Nội.
3. Bộ giáo dục và đào tạo, 2009. Hình học 12, Sách giáo khoa nâng cao. Nhà xuất bản Giáo dục. Hà Nội.
4. Văn Như Cương, Phạm Vũ Khuê, Trần Hữu Nam, 2009. Bài tập Hình học 10, Sách bài tập Nâng cao. Nhà xuất bản Giáo dục. Hà Nội.
5. Văn Như Cương, Phạm Khắc Ban, Lê Huy Hùng, Tạ Mân, 2008. Bài tập Hình học 12, Sách bài tập Nâng cao. Nhà xuất bản Giáo dục. Hà Nội.
6. Nguyễn Bá Kim, 2011. Phương pháp dạy học môn Toán. Nxb Đại học Sư phạm. Hà Nội.
7. Nguyễn Phú Lộc, 2010. Dạy học hiệu quả môn Giải tích trong trường phổ thông. Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam. Hà Nội.
8. G. Polya, 1977. Toán học và những suy luận có lý, quyển I, tập I. Nhà xuất bản Giáo dục. Hà Nội.