



## TÌM HIỂU SAI LẦM CỦA HỌC SINH KHI HỌC CHỦ ĐỀ PHÂN SỐ THÔNG QUA MỘT THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

Dương Hữu Tông<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Khoa Sư phạm, Trường Đại học Cần Thơ

### Thông tin chung:

Ngày nhận: 24/08/2012

Ngày chấp nhận: 25/03/2013

### Title:

Find out the errors of the students when learning fraction topics through a pedagogical experiment

### Từ khóa:

Sai lầm, phân số, thực nghiệm sư phạm

### Keywords:

Error, fraction, pedagogical experiment

### ABSTRACT

For the teaching of mathematics, one of the important tasks for teachers is to help students detect and correct errors. From there, students are given the opportunity to develop their thinking, reinforce the knowledge and skills, be more cautious while doing homework. In this paper, we have designed a pedagogical experiment to find out the errors of students when studying fraction topics and partially to help them detect and fix errors.

### TÓM TẮT

Trong dạy học toán, một trong những nhiệm vụ quan trọng đối với người giáo viên (GV) là giúp học sinh (HS) phát hiện ra và khắc phục các sai lầm mắc phải. Từ đó, HS được tạo cơ hội để phát triển tư duy, củng cố kiến thức, kỹ năng, ngày càng ý thức hơn trong khi làm bài tập. Qua bài báo này, chúng tôi đã thiết kế một thực nghiệm sư phạm nhằm tìm hiểu sai lầm của HS khi học chủ đề phân số và một phần nào đó giúp các em phát hiện và sửa chữa các sai lầm vướng phải.

## 1 ĐẶT VẤN ĐỀ

Để tiến hành nghiên cứu của mình, chúng tôi điếm qua một số công trình nghiên cứu khác như sau:

Tác giả Nguyễn Hoài Anh đã có những nghiên cứu về việc sử dụng máy tính điện tử trong dạy học phân số ở tiểu học. Thêm vào đó, tác giả này cũng xuất bản một bài báo trên Tạp chí Sách và thiết bị với tên là “So sánh nội dung chủ đề phân số trong chương trình môn Toán ở Tiểu học của hai nước Việt Nam và Brunei”.

Một nghiên cứu liên quan đến khái niệm phân số thuộc về tác giả Phạm Ngọc Bảo. Tác giả này đã nghiên cứu “Đào tạo Giáo viên tiểu học về bước chuyển từ phân số như là những

phần bằng nhau rút ra từ đơn vị đến phân số như là thương ở lớp 3 và lớp 4”. Đồng thời, tác giả tiến hành một thực nghiệm để chỉ ra rằng HS gặp nhiều khó khăn trong việc giải quyết những tình huống nhắm tới thiết lập mối quan hệ giữa phép chia hai số tự nhiên và phân số, giữa phân số đơn vị và phân số thương, được đưa vào bởi SGK Toán 4 hiện hành.

Ở Việt Nam chưa có nhiều công trình nghiên cứu về phân số, nhưng thế giới thì ngược lại.

Bonotto (1991) trình bày một phân tích chi tiết các phương pháp tiếp cận khác nhau đối với số hữu tỉ và các thực nghiệm sư phạm có liên quan.

Basso (1991a, b, 1992) đề nghị các phương pháp sư phạm cho việc dạy học phân số, đặc biệt là ở các lớp 4 và 5, dựa trên kết quả của nghiên cứu SGK được thực hiện trong năm 1980.

Figueras (1991) trình bày một bản tóm tắt thú vị của việc sử dụng các phân số và số hữu tỉ trong thực tế, cung cấp một số quan điểm thú vị cho các ví dụ giáo khoa dựa trên các tình huống thực tế cụ thể trong việc sử dụng các phân số.

Streefland (1990, 1991, 1993) cung cấp các ví dụ cho phương pháp tiếp cận để học tập và giảng dạy phân số trong thực tiễn để giải thích cho từng bước nhu cầu xuất phát từ cuộc sống hàng ngày liên quan đến việc học tập và làm chủ phân số, số hữu tỉ.

Kamii, Clark (1995) xem xét các câu hỏi về những khó khăn cho việc hiểu biết mối quan hệ tương đương giữa các phân số.

Keijzer, Terwel (2001) trình bày một trường hợp nghiên cứu thú vị được tiến hành trong khoảng thời gian của 30 bài học tại một trường tiểu học ở Hà Lan. Các tác giả mô tả các quá trình xác định mục tiêu, các bài học duy nhất, xây dựng các bài dạy và các bài kiểm tra được sử dụng để đánh giá các kỹ năng của HS, xây dựng các tình huống dễ sai lầm để giúp các em phát hiện, ngăn ngừa và khắc phục chúng. Nghiên cứu bao gồm các cuộc phỏng vấn giữa GV và HS cũng như sơ đồ và bản vẽ được rút ra sau này.

O'Connor (2001) trình bày một thảo luận nhóm của các em lớp 5 trường tiểu học, được hỏi: “bất kỳ phân số nào cũng có thể được chuyển đổi thành một số thập phân?”. Mục tiêu của việc này là chung chung và các phân số như là một đối tượng toán học được chọn làm một chủ đề, không phải là mục tiêu cuối cùng. Mục tiêu là để chỉ ra cách làm việc của giáo viên thường gặp phải những vấn đề phát sinh từ việc giải thích cho các em, do sự phức tạp của toán học và sự can thiệp của tính toán. Nghiên cứu này cũng đặc biệt hữu ích trong nghiên cứu các phân số liên quan đến cách thức mà nó làm sáng tỏ về các công trình xây dựng nên kiến thức.

Tóm lại, khái niệm phân số được rất nhiều nhà giáo dục quan tâm để nghiên cứu. Tất cả thể hiện được ý nghĩa và vai trò của nó trong giảng dạy và nghiên cứu toán học. Có rất nhiều công trình nghiên cứu khái niệm phân số nhưng chưa có nhiều công trình nghiên cứu sai lầm về phân số của HS do chịu ảnh hưởng của việc học số tự nhiên trước đó.

Từ việc nghiên cứu chương trình và thực tế giảng dạy, chúng tôi nhận thấy rằng nhiều HS gặp phải sai lầm khi học chủ đề phân số. Nguyên nhân của các sai lầm này biểu hiện muôn màu, muôn vẻ. Vì vậy, vấn đề giải thích chúng cũng rất cần thiết. Chúng tôi dự đoán nguyên nhân của các sai lầm là do các em chịu ảnh hưởng bởi việc học tập trong thời gian dài với tập hợp số tự nhiên (từ lớp 1 đến đầu lớp 4). Do đó, một số em đã áp dụng “mô hình số tự nhiên” vào bài tập có chứa các phân số. Điều này đôi khi cho kết quả đúng, nhưng có lúc suy ra kết luận không chính xác, dẫn đến các sai lầm đáng kể. Nhận định này sẽ được kiểm chứng thông qua thực nghiệm sư phạm bên dưới đây. Ngoài ra, thực nghiệm này cũng nhằm khẳng định tính đúng đắn cho một nghiên cứu khác của tác giả trong bài báo “Dự đoán và giải thích nguyên nhân sai lầm của học sinh khi học chủ đề phân số dưới ngôn ngữ của Didactic toán” (Tạp chí khoa học, Đại học sư phạm TP. Hồ Chí Minh, 07/2012 (tài liệu tham khảo 4).

## 2 THỰC NGHIỆM ĐỐI VỚI HỌC SINH

### 2.1 Phân tích tiền nghiệm tình huống thực nghiệm

#### 2.1.1 Mục tiêu của thực nghiệm

Mục tiêu của thực nghiệm là nghiên cứu ảnh hưởng của mối quan hệ thể chế lên mối quan hệ cá nhân của HS, mà trọng tâm là đưa vào kiểm chứng giả thuyết nghiên cứu H: *Việc học tập khái niệm số tự nhiên trong một thời gian dài đã ảnh hưởng đến HS trong khi học phân số và điều này đã kéo theo cho HS một số sai lầm khi học phân số.*

Chúng tôi thực nghiệm đối với các HS đang học lớp 5 (vào đầu học kì 1), nghĩa là HS đã tiếp cận khái niệm số tự nhiên từ lớp 1 cho đến

lớp 4. Thêm vào đó, các em đã được học phân số ở các lớp 2, lớp 3 và lớp 4.

Thực nghiệm có sử dụng các công cụ của didactic toán (*tham khảo tài liệu 1*) và phân tích các nội dung từ SGK, SGV (*tham khảo tài liệu 2, 3*).

### 2.1.2 Cơ sở xây dựng tình huống thực nghiệm

Tình huống thực nghiệm được xây dựng dựa trên việc lựa chọn giá trị của các biến didactic sau đây:

a) **Lời giải 1:**  $\frac{3}{4} < \frac{6}{8}$

V1: Độ lớn của hai phân số  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$

Giá trị có thể của biến V1: ( $a < c, a > c, a = c$ ); ( $b < d, b > d, b = d$ )

– Khi  $a = c$ ;  $b = d$ , giá trị biến này sẽ tạo điều kiện thuận lợi cho người làm có một kết quả đúng.

– Khi  $a < c$ ;  $b < d$ , người làm dễ mắc sai lầm nhất khi nghĩ như so sánh hai cặp số tự nhiên.

– Với các giá trị biến còn lại, người thực hiện cũng có thể nhầm lẫn khi so sánh.

b) **Lời giải 2:**  $\frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{9}$

V2: Mối quan hệ mẫu số, tử số của các phân số.

Các giá trị có thể của biến này như sau: các phân số cùng mẫu số, các phân số khác mẫu số, các phân số cùng tử số, các phân số khác tử số.

– Khi V2 có giá trị là “các phân số cùng mẫu số”, người làm theo qui trình sẽ cho lời giải đúng.

– Khi V2 mang lại các giá trị còn lại, người thực hiện sẽ có câu trả lời không đúng.

c) **Lời giải 3:** Chỉ tìm được *duy nhất* giá trị  $x$  thỏa:  $\frac{2}{5} < x < \frac{4}{5}$ .

V3.1: Khoảng cách giữa hai tử số của các phân số: “không có”, “nhỏ”, “rộng”.

– Giá trị biến V3.1 là “không có” giúp người thực hiện sớm tìm ra câu trả lời đúng.

– Khi V3.1 nhận giá trị “nhỏ”, người làm gặp khó khăn trong việc tìm ra các giá trị của  $x$ .

– Giá trị “rộng” của biến này tạo điều kiện thuận hơn cho người thực hiện trong việc chỉ ra được nhiều giá trị của  $x$ .

V3.2: “Số giá trị của  $x$  nhận được”

Biến V3.2 có thể cho giá trị như sau: không tìm được  $x$ , duy nhất  $x$ , nhiều giá trị  $x$ .

– Khi đề ghi “không tìm được  $x$ ”, người thực hiện dễ dàng cho nhận định là sai vì có thể chỉ ra được ngay một giá trị  $x = \frac{3}{5}$ .

– Giá trị biến V3.2 là “duy nhất  $x$ ” gây nhầm lẫn cho người làm vì nghĩ chỉ tìm được  $x = \frac{3}{5}$ .

– Với giá trị “nhiều giá trị  $x$ ”, người thực hiện trước tiên tìm được phân số  $x = \frac{3}{5}$  và sẽ cố gắng tìm xem có thêm giá trị của  $x$  nào khác không mà người ta lại ghi như thế.

d) **Lời giải 4:**  $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{5}{7}$ .

V4: Mối quan hệ hai mẫu số của các phân số. Các giá trị có thể của biến này như sau: hai phân số cùng mẫu số, hai phân số khác mẫu số.

– Với hai phân số cùng mẫu số, qui trình trên đúng được “phân nửa” do cộng hai tử số với nhau.

– Khi hai phân số khác mẫu số, người làm theo qui trình trên cho lời giải hoàn toàn sai.

e) **Lời giải 5:**  $\frac{7}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{8} \times \frac{6}{8} = \frac{42}{8}$

V5: Người làm được tiếp cận qui tắc cộng (trừ) hai phân số chưa?

Sự lựa chọn các giá trị của biến V5: có và chưa có.

– Khi người làm được biết hai qui tắc cộng (trừ) hai phân số, do đó có thể áp dụng các qui tắc này vào nhân hai phân số.

– Ngược lại, người thực hiện chưa biết chúng thì họ khó có thể làm như trên.

f) **Lời giải 6:**  $\frac{2}{9} : \frac{1}{3} = \frac{2:1}{9:3} = \frac{2}{3}$

V6: Tính chia hết của hai tử số và hai mẫu số

số  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$

Biến V6 mang lại cái giá trị: (a chia hết c, b chia hết d); (a không chia hết c, b chia hết d); (a chia hết c, b không chia hết d); (a không chia hết c, b không chia hết d)

– Khi biến V6 có giá trị a chia hết c, b chia hết d, người thực hiện sẽ cho rằng lời giải trên là chấp nhận được.

– Với các giá trị còn lại, V6 giúp người làm phát hiện ra “qui trình” không thể tồn tại được hoặc không tiếp tục được cho tới bước hai.

*Ngoài ra, chúng tôi cũng tính đến biến tình huống sau khi xây dựng thực nghiệm:*

V: Phương thức làm việc của HS: Làm việc cá nhân hay theo nhóm?

– Làm việc cá nhân: cho phép tìm hiểu được mối quan hệ cá nhân HS.

– Làm việc theo nhóm: sẽ tạo ra sự hợp tác trong học tập, tạo cơ hội cho lời giải đúng xuất hiện và cho phép tổ chức các pha tranh luận để thể chế hóa.

2.1.3 Các chiến lược và những cái có thể quan sát được

STT	Lời giải	Các chiến lược	Những cái quan sát có thể được
1.	$\frac{3}{4} < \frac{6}{8}$	S1.1: Chiến lược ngẫu nhiên.	Sự thành công chỉ nhờ vào may rủi.
		S1.2: Chiến lược so sánh tử - tử, mẫu - mẫu	Hành động này dẫn đến câu trả lời sai với lời giải thích $3 < 6$ và $4 < 8$ . Người làm tiến hành quy đồng mẫu số hoặc tử số, nhận ra
		S1.3: Chiến lược quy đồng.	lời giải sai vì $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$ .
2.	Dãy các phân số sau được sắp xếp theo thứ tự từ bé đến lớn: $\frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{9}$	S2.1: Chiến lược ngẫu nhiên.	Hành động trả lời dựa vào may mắn, chọn lựa ngẫu nhiên.
		S2.2: Chiến lược so sánh các phân số như so sánh các số tự nhiên ở mẫu số.	Quan sát có thể gắn liền với S2.2: vì $3 < 5 < 9$ nên $\frac{2}{3} < \frac{2}{5} < \frac{2}{9}$ .
		S2.3: Chiến lược quy đồng mẫu số rồi so sánh tử số.	Các phân số được đưa về mẫu số chung như sau: $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 15}{3 \times 15} = \frac{30}{45}$ ; $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 9}{5 \times 9} = \frac{18}{45}$ ; $\frac{2}{9} = \frac{2 \times 5}{9 \times 5} = \frac{10}{45}$
		S2.4: Chiến lược so sánh mẫu số “đúng”.	Người thực hiện biết được qui tắc so sánh các phân số cùng tử số, tức: phân số nào có mẫu số lớn hơn thì phân số đó nhỏ hơn.
3.	Chỉ tìm được duy nhất giá trị $x$ thỏa: $\frac{2}{5} < x < \frac{4}{5}$ .	S3.1: Chiến lược ngẫu nhiên.	Đây là chiến lược cơ sở. Câu trả đúng hay sai là do may mắn.
		S3.2: Chiến lược tìm $x$ dựa vào hai tử số.	Quan sát gắn liền với S3.2: Vì $2 < 3 < 4$ nên chỉ tìm được duy nhất phân số $x = \frac{3}{5}$ . Người thực hiện sẽ đánh dấu ✓ vào cột đồng ý.

		<p><b>S3.3</b> có thể mang lại câu trả lời như sau:  <math>\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10}</math>; <math>\frac{4}{5} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10}</math>. Do đó, bài toán quy về tìm <math>x</math> thỏa: <math>\frac{4}{10} &lt; x &lt; \frac{8}{10}</math>. Khi đó <math>x</math> có thể là: <math>\frac{5}{10}</math>; <math>\frac{6}{10}</math>; <math>\frac{7}{10}</math>. Người làm nhận thấy “duy nhất <math>x</math>” là không đúng.</p>
		<p>Người làm tiến hành tìm trung bình cộng như sau:  <math>\frac{\frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \frac{6}{5}}{3} = \frac{\frac{12}{5}}{3} = \frac{4}{5}</math>. Cách này cũng cho phép tìm được giá trị <math>x = \frac{3}{5}</math>. Nếu tiếp tục, ta có: <math>\frac{\frac{2}{5} + \frac{3}{5}}{2} = \frac{1}{2}</math> hay <math>\frac{\frac{3}{5} + \frac{4}{5} + \frac{7}{5}}{3} = \frac{7}{10}</math>. Quá trình tìm trung bình cộng có thể được tiến hành mãi.</p>
		<p><b>S3.4:</b> Chiến lược trung bình cộng.</p>
		<p><b>S4.1:</b> Chiến lược ngẫu nhiên. Người tiến hành đánh dấu ✓ một cách ngẫu nhiên vào cột “đồng ý” hoặc “không đồng ý”.</p>
		<p><b>S4.2:</b> Chiến lược “tử + tử; mẫu + mẫu”. Người làm đánh dấu ✓ vào cột “đồng ý” với lời giải thích <math>\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{2+3}{3+4} = \frac{5}{7}</math>.</p>
4.	$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{5}{7}$	<p><b>S4.3:</b> Chiến lược quy đồng mẫu số rồi cộng các tử số. Người tiến hành theo qui tắc cộng hai phân số không cùng mẫu số như sau:  <math>\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}</math>; <math>\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}</math>;  <math>\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}</math>.</p>
		<p><b>S5.1:</b> Chiến lược ngẫu nhiên. Hành động trả lời dựa vào may mắn, chọn lựa ngẫu nhiên.</p>
5.	$\frac{7}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{8} \times \frac{6}{8} = \frac{42}{8}$	<p><b>S5.2:</b> Chiến lược “tử <math>\times</math> tử; mẫu <math>\times</math> mẫu”. Hành động theo chiến lược này đúng với qui tắc nhân hai phân số, cụ thể: <math>\frac{7}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{7 \times 3}{8 \times 4} = \frac{21}{32}</math>.</p>
		<p><b>S5.3:</b> Chiến lược “cộng (trừ) hai phân số”. Chiến lược này có lời giải như đề đã cho. Ai thực hiện theo <b>S5.3</b> sẽ đánh dấu ✓ vào cột “đồng ý”.</p>
6.	$\frac{2}{9} : \frac{1}{3} = \frac{2 : 1}{9 : 3} = \frac{2}{3}$	<p><b>S6.1:</b> Chiến lược ngẫu nhiên. Người làm đánh dấu ✓ vào cột “đồng ý” hay “không đồng ý” mà không kèm thêm lời giải thích gì khác.</p>

<p><b>S6.2:</b> Chiến lược “tử : tử ; mẫu : mẫu”.</p>	<p>Người làm theo qui trình này sẽ cho lời giải giống như đề bài. Họ sẽ đánh dấu ✓ vào “cột đồng ý”. Đáp số của lời giải này là <math>\frac{2}{3}</math> bằng với đáp số của lời giải theo qui tắc chia hai phân số. Nhưng cách giải này hoàn toàn sai.</p>
<p><b>S6.3:</b> Chiến lược “áp dụng nhân hai phân số”.</p>	<p>Nếu người làm thực hiện theo chiến lược này thì họ sẽ áp dụng qui tắc nhân hai phân số cho chia hai phân số. Bởi vì họ đã được học qui tắc nhân hai phân số trước đó nên họ nghĩ “qui trình” này vẫn đúng cho chia hai phân số.</p>
<p><b>S6.4:</b> Chiến lược nhân phân số thứ hai đảo ngược.</p>	<p>Người tiến hành theo chiến lược có cách giải thích như sau:  <math>\frac{2}{9} : \frac{1}{3} = \frac{2}{9} \times \frac{3}{1} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}</math>. Đây là lời giải đúng của bài toán.</p>

2.1.4 *Tình huống thực nghiệm*

Hoàn thành bảng sau với yêu cầu: Nếu em đồng ý thì đánh dấu ✓ vào cột “đồng ý” và trả

lời “Vì sao”. Nếu em không đồng ý thì đánh dấu ✓ vào cột “không đồng ý” và trả lời “Vì sao”. Các em có thể bổ sung lời giải hoặc lí giải của mình trong cột “Vì sao”.

STT	Lời giải hoặc ý kiến	Đồng ý	Vì sao	Không đồng ý	Vì sao
1.	$\frac{3}{4} < \frac{6}{8}$				
2.	Dãy các phân số sau được sắp xếp theo thứ tự từ bé đến lớn: $\frac{2}{3}; \frac{2}{5}; \frac{2}{9}$				
3.	Chỉ tìm được <b>duy nhất</b> giá trị $x$ thỏa: $\frac{2}{5} < x < \frac{4}{5}$ .				
4.	$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{5}{7}$				
5.	$\frac{7}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{8} \times \frac{6}{8} = \frac{42}{8}$				
6.	$\frac{2}{9} : \frac{1}{3} = \frac{2:1}{9:3} = \frac{2}{3}$				

2.1.5 *Tổ chức thực nghiệm*

a) *Đối tượng:* Các em HS lớp 5 – đã được học phân số ở lớp 4.

b) *Dàn dựng kịch bản*

Thực nghiệm bao gồm 3 pha và được tiến hành trong vòng 40 phút:

*Pha 1:* GV cho HS làm việc cá nhân để hoàn thành bảng trên trong thời gian là 15 phút.

*Pha 2:* Lớp học được chia thành các nhóm 4 HS. Các em hợp tác để cho ra câu trả lời của nhóm với thời gian cho phép là 10 phút.

*Pha 3:* (Hợp thức hóa – 15 phút)

GV cùng với các nhóm HS để giải quyết các yêu cầu trong bảng trên. GV sửa chữa những “cách làm”, “quan niệm” sai lầm mà HS đã mắc phải khi làm bài tập trong tình huống thực nghiệm.

2.1.6 *Sự lựa chọn các giá trị của biến và ảnh hưởng của chúng*

Lời giải	Giá trị của biến được chọn	Ảnh hưởng của việc lựa chọn giá trị các biến đến các chiến lược
1	V1: $a < c$ ; $b < d$	Chúng tôi chọn giá trị của biến này để tạo điều kiện thuận lợi để cho <b>S1.2</b> sớm xuất hiện.
2	V2: Các phân số cùng tử số	HS có thể thấy các tử số bằng nhau vì thế việc so sánh 3 phân số được quy về so sánh 3 số tự nhiên ở mẫu số. Điều này cũng đồng nghĩa với tạo điều kiện cho chiến lược <b>S2.2</b> xuất hiện. Ngoài ra, các phân số cùng tử số sẽ thuận lợi cho các em nghĩ đến qui tắc so sánh “đúng”, tức HS nào áp dụng chiến lược <b>S2.4</b> .
3	V3.1: Nhỏ  V3.2: “duy nhất $x$ ”	Khoảng cách giữa hai tử số đầu và cuối “nhỏ”, tức: 2 và 4. Do đó, HS nghĩ chỉ tìm được một giá trị là 3 để $2 < 3 < 4$ mà không quan tâm đến các mẫu số. Hay, <b>S3.2</b> sẽ rất dễ xuất hiện. Ngoài ra, giá trị biến còn gây trở ngại cho việc tìm các giá trị $x$ khác nếu HS không biết làm lớn mẫu số hay tìm giá trị trung bình cộng của hai phân số. Vậy giá trị biến này làm hạn chế nảy sinh chiến lược <b>S3.3</b> . Với nhận định “chỉ tìm được duy nhất giá trị $x$ ” và kết hợp với biến <b>V.3.1</b> có giá trị “nhỏ” sẽ đẩy HS sớm đến với <b>S3.2</b> .
4	V4: Hai phân số khác mẫu số	Giá trị biến này gây cho HS một số khó khăn khi quy đồng hai mẫu số. Chính lúc này, các em nghĩ đến <b>S4.2</b> .
5	V5: Có	Thực nghiệm được tiến hành cho các em đã học qui tắc cộng (trừ) hai phân số. Điều này gây nhầm lẫn cho các em khi nhân hai phân số. Cụ thể, các em có xu hướng áp dụng một qui tắc đã biết trước nhưng không còn chính xác trong trường hợp mới. <b>S5.3</b> sẽ được các em vận dụng cho trường hợp này.
6	V6: (a chia hết c, b chia hết d)	<b>V6</b> nhận giá trị này mang lại sự thuận lợi đáng kể cho hai chiến lược <b>S6.2, S6.3</b> . Các em tiến hành thấy cho kết quả “rất hợp lý” nên không nghi ngờ gì qui trình mình đã áp dụng. Nói khác đi, nó ngăn chặn sự xuất hiện của hai chiến lược còn lại ( <b>S6.1, S6.4</b> ).

### 2.1.7 Phân tích kịch bản

Pha 1 nhằm tới mục tiêu tìm hiểu mối quan hệ thể chế ảnh hưởng lên mối quan hệ cá nhân HS khi các em làm bài cá nhân. Điều này cũng đồng nghĩa với việc cho phép chúng tôi thấy được kết quả ứng xử của từng HS trong các tình huống.

Điểm nhấn trong pha 2 này là đưa ra pha thảo luận của HS để tìm ra các câu trả lời chung cho nhóm. Mục đích của hành động như thế là cho thấy được mối quan hệ cá nhân của HS ảnh hưởng như thế nào đối với các HS khác.

Pha 3 gắn liền với tranh luận của các nhóm và tổng kết của GV. GV tổng kết lại các chiến lược HS đã sử dụng và thể chế hóa những điểm cần giữ lại trong tình huống được cho.

## 2.2 Phân tích hậu nghiệm tình huống thực nghiệm

Thực nghiệm được tiến hành tại lớp 5A của trường Tiểu học Thực hành sư phạm, TP. Cần Thơ. Lớp này gồm 40 HS và được chia thành

10 nhóm trong pha 2. Thời gian: bắt đầu 7 giờ và kết thúc 7 giờ 40 phút vào ngày 22/08/2012.

### 2.2.1 Một số ghi nhận ban đầu

Trong pha 1, hầu hết HS đều hiểu và nắm được yêu cầu của đề bài. Điều này cũng tạo điều kiện thuận lợi cho các em trong quá trình hoàn thành bằng nhiệm vụ. Ở pha 2, các em tranh luận một cách sôi nổi để bảo vệ ý kiến của mình. Trong pha 3, các nhóm nêu lên ý kiến của nhóm mặc dù nhận định đó không được chính xác.

### 2.2.2 Phân tích chi tiết kết quả thực nghiệm

Từ bảng thống kê cho thấy một số lượng khá lớn HS thực hiện trên cơ sở sử dụng chiến lược **S1.3** (25 HS, chiếm 62,5%). Hầu hết giải thích của các em đều dựa trên quy đồng hai phân số. Một số em nhân chéo hai mẫu số để có mẫu số chung, các em còn lại chọn 8 làm mẫu số chung cho hai phân số. Có khoảng 10% HS lại chọn “đồng ý” dựa trên **S1.2**. Điều này cho thấy các trẻ này cũng còn mắc sai lầm khi so sánh hai phân số. Các em vẫn còn quan niệm: nếu phân

số nào có tử số và mẫu số lớn hơn thì lớn hơn. Đặc biệt, H6 đã ghi trong phần giải thích: “Nếu như mẫu số của phân số thứ nhất lớn hơn mẫu số của phân số thứ hai thì xem như phân số đó lớn hơn”. 5 HS còn lại đưa ra câu trả lời mà không kèm giải thích gì thêm. 2 HS chọn “đồng ý”, 3 HS còn lại chọn “không đồng ý”. Nói khác đi, 5 em này đã sử dụng **S1.1**.

Trong pha 2, các em làm việc trở nên có hiệu quả hơn. Trong số 10 nhóm HS, có 8 theo chiến lược **S1.3** chiếm 80%. Tỷ lệ phần trăm này cũng khá cao so với số nhóm theo các chiến lược **S1.1**, **S1.2**. Tất cả các nhóm đều có câu trả lời và kèm theo phần giải thích.

**Bảng 1: Thống kê chiến lược giải của HS đối với Lời giải 1**

	Chiến lược S1.1	Chiến lược S1.2	Chiến lược S1.3
Pha 1	5	10	25
(Cá nhân)	12,5%	25%	62,5%
Pha 2	0	2	8
(Nhóm 4)	0%	20%	80%

**Bảng 2: Thống kê chiến lược giải của HS đối với Lời giải 2**

	Chiến lược S2.1	Chiến lược S2.2	Chiến lược S2.3	Chiến lược S2.4
Pha 1	4	20	5	11
(Cá nhân)	10%	50%	12,5%	27,5%
Pha 2	0	5	1	4
(Nhóm 4)	0%	50%	10%	40%

Bảng trên cho biết có 50% HS đã sử dụng **S2.2**. Các giải thích của trẻ đều tập trung vào so sánh hai mẫu số vì tử số đã bằng nhau. Sau đây là một số ghi nhận như thế:

H15: “Vì nếu phân số nào có mẫu số bé hơn thì bé hơn. Có mẫu số lớn hơn thì lớn hơn”

H30: “Vì mẫu số bé hơn thì phân số đó bé hơn”.

H44: “Vì các phân số này chỉ tính theo mẫu số thôi. Vì các tử số này bằng nhau”.

H44 thể hiện sự “chắc chắn” cho lời giải thích của mình với lý giải như trên.

Trong số 16 HS theo chiến lược đúng, có tới 11 em đã chọn **S2.4**, 5 em theo **S2.3**. 11 HS này đưa ra rất chính xác quy tắc so sánh hai phân số

cùng tử số. Số HS còn lại (4 HS) đưa ra câu trả lời mà không kèm theo bất kì lời biện minh nào.

Tỷ lệ 50% sử dụng **S2.2** vẫn còn hiện hữu trong pha 2. Các nhóm sau khi thảo luận nhưng vẫn bảo vệ ý kiến “không chính xác” của một số cá nhân HS. Tỷ lệ phần trăm sử dụng **S2.4** (40%) của các nhóm đã cao hơn trong pha cá nhân (27,5%). Chỉ còn duy nhất 1 nhóm theo qui trình là quy đồng mẫu số chung 3 phân số rồi so sánh.

**Bảng 3: Thống kê chiến lược giải của HS đối với Lời giải 3**

	Chiến lược S3.1	Chiến lược S3.2	Chiến lược S3.3	Chiến lược S3.4
Pha 1	3	37	0	0
(Cá nhân)	7,5%	92,5%	0%	0%
Pha 2	0	10	0	0
(Nhóm 4)	0%	100%	0%	0%

Trong số 40 HS tham gia thực nghiệm, có tới 37 em trả lời theo **S3.2**, 3 em trả lời một cách ngẫu nhiên. Không có HS nào đưa ra lời giải có sử dụng **S3.3**, **S3.4**. Một số minh họa câu trả lời của các em theo **S3.2**:

H12: “vì chỉ có  $\frac{3}{5}$  là đúng vì các phân số khác như  $\frac{6}{10}$  thì cũng rút gọn ra  $\frac{3}{5}$ . Và chỉ có  $\frac{3}{5}$  thỏa với các điều kiện trên”.

H18: “Vì phân số  $\frac{2}{5}$  bé hơn  $\frac{3}{5}$ . Phân số  $\frac{4}{5}$  lớn hơn  $\frac{3}{5}$ . Và  $\frac{2}{5} < \frac{3}{5} < \frac{4}{5}$  nên chỉ có phân số  $\frac{3}{5}$  là x”.

Các chiến lược đúng không được các em được lựa chọn. Điều này cũng có thể được giải thích một cách hợp lý. Các em đã được làm quen dạng toán này trong trường hợp là số tự nhiên. Mỗi số tự nhiên đều có một số tự nhiên liền trước và liền sau (trừ số 0). Đây chính là tính chất rời rạc của tập số tự nhiên N. Tuy nhiên, **Q\*** lại có tính trừ mật. Mặt khác, chúng tôi nhận thấy dạng bài tập trên lại không đưa



vào trong SGK toán 4. Do đó, các em gặp khó khăn, sai lầm khi gặp dạng toán này.

Trong pha làm việc nhóm, tỉ lệ phần trăm sử dụng **S3.2** không còn 92,5% mà là 100%. Sau đây là hai lời giải thích rất “chắc chắn” của hai nhóm:

N3: “*Vì  $\frac{2}{5}$  bé hơn  $\frac{3}{5}$  và bé hơn  $\frac{4}{5}$ . Không còn phân số nào lớn hơn  $\frac{2}{5}$  và bé hơn  $\frac{4}{5}$ ”*

N10: “*Vì hai số người ta cho đã có cùng mẫu số và tử số là 2 và 4 chỉ thiếu 3 nên số cần điền x là  $\frac{3}{5}$ ”.*

Những kết quả trên cho thấy, HS thật sự gặp khó khăn, sai lầm khi giải quyết kiểu nhiệm vụ liên quan đến “tính trừ mật” của tập hợp biểu diễn bởi phân số.

**Bảng 4: Thống kê chiến lược giải của HS đối với Lời giải 4**

	Chiến lược S4.1	Chiến lược S4.2	Chiến lược S4.3
Pha 1 (Cá nhân)	1 (2,5%)	5 (12,5%)	34 (85%)
Pha 2 (Nhóm 4)	0 (0%)	0 (0%)	10 (100%)

Điểm nhấn của bảng thống kê trên là số HS tập trung vào **S4.3** khá cao (34 HS, chiếm 85%). Hầu hết các em biết được qui tắc cộng hai phân số khác mẫu số. Chẳng hạn, H4 đã ghi: “*Vì khi cộng hai phân số khác mẫu số thì ta quy đồng hai phân số với nhau, sau đó cộng hai phân số mới với nhau*”. Có 5 HS theo chiến lược **S4.2**. Các lời giải thích của các em đều chú ý đến:  $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{2+3}{3+4} = \frac{5}{7}$ . Các em này có sai

lầm như thế là do trẻ đã thao tác theo qui tắc hành động:  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$ . Hay nói khác đi,

HS có một quan niệm chưa chính xác: các em xem mỗi phân số như hai số tự nhiên, do đó thực hiện các phép tính, các em thường có xu hướng theo tác theo từ “*tử với tử, mẫu với*

*mẫu*”. Một HS đưa ra câu trả lời một cách ngẫu nhiên.

Pha 2 tỏ ra rất hiệu quả cho các nhóm làm việc. Các em trong nhóm đã giúp bạn mình loại bỏ sai lầm khi cộng hai phân số khác mẫu số. Kết quả 100% các nhóm đều cho câu trả lời đúng và đính kèm theo lời giải thích tương tự như của H4.

**Bảng 5: Thống kê chiến lược giải của HS đối với Lời giải 5**

	Chiến lược S5.1	Chiến lược S5.2	Chiến lược S5.3
Pha 1 (Cá nhân)	2 (5%)	5 (12,5%)	33 (82,5%)
Pha 2 (Nhóm 4)	0 (0%)	0 (0%)	10 (100%)

Bảng tổng hợp thông tin cho chúng ta có một số lượng lớn HS sử dụng **S5.3**. Cụ thể có tới 33 em (chiếm 82,5%) chọn chiến lược đúng này. Hầu hết, các em đều phát biểu đúng được qui tắc nhân hai phân số. H20 đã nêu: “*Vì trong phép tính nhân của hai phân số có bài ghi nhớ nói là: tử nhân tử, mẫu nhân mẫu*”. Chỉ có 5 em mắc phải sai lầm là: quy đồng mẫu số rồi nhân hai tử số, giữ nguyên mẫu số. 12,5 % HS này đã thao tác nhầm lẫn nhân hai phân số với cộng (trừ) hai phân số khác mẫu số. Hai em đưa ra “*đồng ý*” mà không đưa ra bất kì giải thích gì thêm.

Pha 2 mang lại kết quả tất cả HS đã sử dụng **S5.3**. Điều đó đồng nghĩa với việc các em theo **S4.1, S4.2** thấy được qui trình giải trước đó đã không phù hợp. Các em đã được chính bạn mình giúp đỡ nhận ra sai lầm khi nhân hai phân số.

**Bảng 6: Thống kê chiến lược giải của HS đối với Lời giải 6**

	Chiến lược S6.1	Chiến lược S6.2	Chiến lược S6.3	Chiến lược S6.4
Pha 1 (Cá nhân)	2 (5%)	4 (10%)	3 (7,5%)	31 (77,5%)
Pha 2 (Nhóm 4)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	10 (10%)

Hai em đưa ra câu trả lời “*không đồng ý*” nhưng không có giải thích gì thêm. Có 7 HS tiến hành theo hai chiến lược sai, trong đó 4 HS theo **S6.2**, và 3 theo **S6.3**. 4 em đầu theo tác

theo qui tắc hành động:  $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a:c}{b:d}$ . 3 em sau đã áp dụng “mô hình nhân hai phân số” vào chia hai phân số. Một số lượng lớn (31 HS, chiếm 77,5%) đã thực hiện đúng phép chia hai phân số. Giải thích của H25 theo **S6.4** như sau: “*Vì trong phép chia phân số, ta lấy phân số thứ nhất nhân cho phân số thứ hai đảo ngược*”. Đa số các em theo chiến lược này đều có đính kèm lời giải của bài toán hoặc phát biểu qui tắc trong tự như H25.

Cũng giống như lời giải 4 và 5, 100% các nhóm trong pha 2 của lời giải 6 đều trình bày lời giải của mình theo chiến lược đúng là **S6.4**. Các chiến lược không phù hợp đã được các em loại bỏ. Nói khác đi, các em có lời giải đúng trong pha 1 đã thuyết phục được các bạn có lời giải không chính xác chấp nhận lời giải của mình.

### Pha 3: Thể chế hóa

Việc thể chế hóa được tiến hành theo thứ tự các lời giải. Lời giải 1 được các em phát biểu qui tắc và trình bày lời giải đúng. Lời giải 2 mang lại ngạc nhiên cho một số em đã quan niệm chỉ cần so sánh mẫu số khi các tử số bằng nhau. Đáng chú ý nhất là lời giải 3. Tất cả các em đều cho rằng chỉ tìm duy nhất được một giá trị  $x = \frac{3}{5}$ . Khi GV chỉ ra các giá trị khác nữa thông qua phương pháp “*làm lớn mẫu số*” hay “*tìm trung bình cộng*”, các em mới thông hiểu được vấn đề. Qua đây, GV cũng giới thiệu tính chất trừ mật của tập  $\mathbf{Q}^*$ .

Lời giải 3, 4, 5 được các em sửa chữa một cách nhanh chóng vì các em rất thuộc các qui tắc của các phép tính các phân số. Một số các em còn sai sót trong pha 1 và 2 đã được GV và các bạn khác giúp đỡ để nhận ra được vấn đề đúng.

### 3 KẾT LUẬN

Qua thực nghiệm HS, chúng tôi đạt được một số kết quả sau:

Hầu hết các lời giải đều có HS mắc phải sai lầm. Các lời giải liên quan đến các phép tính của phân số có ít trẻ bị nhầm lẫn vì các em

thuộc các qui tắc tính khá tốt. Đa đa số các em đều có quan niệm không chính xác liên quan đến tính trừ mật của tập  $\mathbf{Q}^*$ . Pha 2 đã tạo điều kiện thuận lợi cho các em có sai lầm trong pha 1 điều chỉnh những mô hình hành động không phù hợp. Những sai lầm mà đa đa số các em vướng phải trong pha 1 vẫn tồn tại sâu sắc trong pha thảo luận nhóm. Điều này khẳng định thêm ảnh hưởng của mối quan hệ thể chế lên cá nhân HS khi học phân số mà chịu sự tác động mạnh mẽ của số tự nhiên.

Tóm lại, những kết quả có được từ thực nghiệm đã khẳng định giả thuyết **H** được kiểm chứng.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Annie Bessot, Claude Comiti, Lê Thị Hoài Châu, Lê Văn Tiến (2009), *Những yếu tố cơ bản của Didactic Toán*, Nxb Đại học Quốc Gia TP Hồ Chí Minh, TP Hồ Chí Minh.
2. Đỗ Đình Hoan (2006), *Toán 4*, Nxb Giáo dục, (SGK hiện hành), Hà Nội.
3. Đỗ Đình Hoan (2006), *Toán 4*, Nxb Giáo dục, (SGV hiện hành), Hà Nội.
4. Dương Hữu Tòng (2012), *Dự đoán và giải thích nguyên nhân sai lầm của học sinh khi học chủ đề phân số dưới ngôn ngữ của Didactic toán*, Tạp chí khoa học (07/2012), Đại học sư phạm TP. Hồ Chí Minh.