

DẠY HỌC KHÁM PHÁ KHÁI NIỆM TOÁN HỌC

Nguyễn Phú Lộc¹

ABSTRACT

Learning by discovery was mentioned by famous educators such as J. Piaget (1896 – 1980), J. Bruner (1915 - ?), H. Freudenthal (1905 – 1990). Learning by discovery have appeared in our country for many years. A lot of Vietnamese teachers have used Learning by discovery in their instruction. In order to exchange experiences on teaching mathematics in high schools, we introduce three models for teaching mathematical concepts by discovery, which we (in Can Tho University) have used to guide students of mathematics education how to apply them in course “Teaching Practice”. In each model, we show steps which teacher should follow, give comments and illustrations.

Keywords: *Learning by discovery, teaching mathematical concepts, models for teaching mathematical concepts by discovery*

Title: *Teaching mathematical concepts by discovery*

TÓM TẮT

Dạy học khám phá đã được nhiều nhà khoa học giáo dục đề cập như J. Piaget (1896 – 1980), J. Bruner (1915-), H. Freudenthal (1905 – 1990). Dạy học khám phá đã được du nhập vào nước ta từ nhiều năm qua, và được nhiều giáo viên nghiên cứu áp dụng. Nhằm trao đổi kinh nghiệm về dạy học khám phá trong giảng dạy môn Toán ở trường phổ thông, chúng tôi giới thiệu ba mô hình dạy học khám phá khái niệm toán học mà chúng tôi đã từng hướng dẫn sinh viên ngành sư phạm toán ở Trường Đại học Cần Thơ thực hành giảng dạy trong năm cuối bậc đại học. Ở mỗi mô hình, chúng tôi nêu ra các bước thực hiện, ví dụ minh họa và bình luận.

Từ khóa: *Dạy học khám phá, dạy học khái niệm toán học, mô hình dạy học khám phá khái niệm toán học*

1 ĐẶT VẤN ĐỀ

Dạy học khám phá là một phương pháp dạy học tích cực; nó được khuyến khích sử dụng vào dạy học ở nước ta. Tuy nhiên, qua nhiều năm giảng dạy môn Phương pháp dạy học môn Toán ở Trường Đại học Cần Thơ và dự giờ của nhiều giáo viên toán trung học phổ thông, chúng tôi phát hiện ra rằng vận dụng dạy học khám phá vào dạy khái niệm toán học là một vấn đề khá khó đối với cả sinh viên sư phạm toán và giáo viên toán trung học phổ thông. Như vậy, thực tiễn đã đặt ra vấn đề là: Dạy học khám phá khái niệm toán học cần được tiến hành dạy học như thế nào để vừa bảo đảm thời gian và hiệu quả? Qua một thời gian nghiên cứu (có dạy học thử nghiệm), chúng tôi đã xây dựng nhiều mô hình dạy học có thể dùng dạy học khám phá khái niệm toán học. Trong khuôn khổ bài báo này, chúng tôi giới thiệu ba mô hình dạy học khám phá khái niệm: mô hình “tương đồng”, mô hình “đị biệt” và mô hình “cộng biến”.

¹ Khoa Sư Phạm, Trường Đại Học Cần Thơ

2 DẠY HỌC KHÁM PHÁ

Dạy học khám phá có thể được quan niệm như sau:

Dạy học khám phá là một phương pháp dạy học khuyến khích học sinh đưa ra câu hỏi và tự tìm ra câu trả lời, hay rút ra những nguyên tắc từ những ví dụ hay kinh nghiệm thực tiễn (theo [4]). Ngoài ra, dạy học khám phá có thể định nghĩa như một tình huống học tập trong đó nội dung chính cần được học không được giới thiệu trước mà phải tự khám phá bởi học sinh, làm cho học sinh là người tham gia tích cực vào quá trình học (theo [4]).

Về tầm quan trọng của dạy học khám phá, J. Piaget cho rằng hiểu biết thật sự phải đến từ khám phá. Ông là người chỉ ra rằng học sinh không là những “chiếc thuyền rồng” rồi được làm đầy bởi kiến thức mà phải là những nhà kiến tạo kiến thức. J. Bruner cho rằng việc học tập phải là một quá trình tích cực trong đó học sinh kiến tạo ý tưởng mới hay khái niệm mới trên cơ sở vốn kiến thức của họ. Ông đề nghị rằng việc dạy học phải làm sao khuyến khích người học khám phá ra các dữ kiện và các mối liên hệ cho chính họ. Bruner được xem là người đầu tiên đưa ra phương pháp dạy học khám phá (theo [3]).

Đối với việc học tập toán học, H. Freudenthal (1991) cũng tin rằng: “Toán học học được nhờ khám phá (re-invention) sẽ được hiểu tốt hơn và ghi nhớ dễ dàng hơn so với việc học được bằng cách thụ động” (theo [1]).

3 CÁC MÔ HÌNH DẠY HỌC KHÁM PHÁ KHÁI NIỆM TOÁN HỌC

Trong phần này, chúng tôi mô hình hóa một số quá trình dạy học khám phá khái niệm toán học. Các mô hình này được sử dụng để hình thành khái niệm theo con đường quy nạp là chủ yếu. Khi xây dựng các mô hình này, chúng tôi đã đặc biệt quan tâm ý kiến sau đây của GS. Nguyễn Cảnh Toàn: “Việc dạy toán chỉ với mục đích truyền thụ kiến thức sẽ dẫn tới việc coi trọng suy diễn và coi nhẹ qui nạp. Nhưng nếu đặt vấn đề rèn luyện óc thông minh sáng tạo cho học sinh thì vai trò của qui nạp sẽ lên ngang với suy diễn” [5].

3.1 Mô hình “tương đồng”

Bước chính yếu trong mô hình này là *học sinh thực hiện hành động phân tích để tìm kiếm các tính chất chung trong các ví dụ* được giáo viên đưa ra trước. Các ví dụ ở đây được hiểu là các đối tượng thuộc ngoại diên của khái niệm mà học sinh sắp học. “Tương đồng” ở đây có nghĩa là trong quá trình hình thành khái niệm mới, học sinh chỉ quan sát chỉ những ví dụ. Mô hình có các bước chính sau đây:

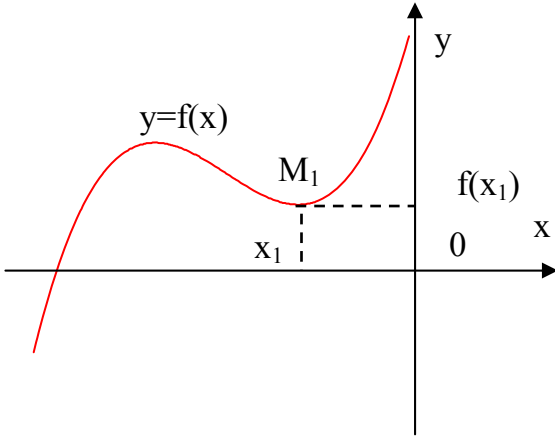
Bước 1: Cho học sinh quan sát một số ví dụ về khái niệm.

Bước 2: Yêu cầu học sinh phân tích các ví dụ để tìm ra các đặc điểm chung của chúng.

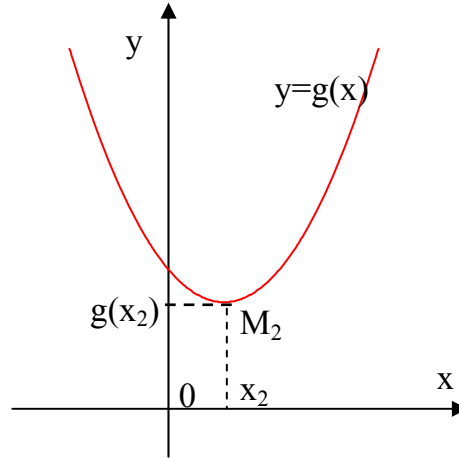
Bước 3: Khi học sinh nhận ra những thuộc tính chung đủ dùng để định nghĩa khái niệm, giáo viên cho biết tên khái niệm này và yêu cầu học sinh phát biểu định nghĩa trong trường hợp tổng quát.

Ví dụ 1: Khi hình thành khái niệm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số, giáo viên có thể tổ chức quá trình dạy học như sau:

Giáo viên: Hai điểm $M_1(x_1, f(x_1))$, $M_2(x_2, g(x_2))$ trên đồ thị của hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có nhiều đặc điểm chung. Các em hãy tìm xem các đặc điểm chung đó là đặc điểm gì?



Hình 1: Đồ thị của hàm số $y = f(x)$



Hình 2: Đồ thị của hàm số $y = g(x)$

Học sinh có thể nêu ra các đặc điểm chung như: cả hai đều nằm trên trục hoành hay các giá trị $f(x_1)$ và $g(x_2)$ đều dương,...

Đến khi học sinh phát hiện đúng dấu hiệu dùng để định nghĩa điểm cực tiểu của đồ thị hàm số (giáo viên gợi ý nếu cần), giáo viên tổ chức quá trình khái quát hóa và đi đến định nghĩa khái niệm cực tiểu của đồ thị hàm số.

Bình luận: Mô hình tương đồng có thể được tiến hành bằng dạy học hợp tác như sau: Lớp chia thành nhiều nhóm. Mỗi nhóm thảo luận để tìm ra các tính chất chung có thể có ở các ví dụ mà giáo viên nêu ra. Sau đó, mỗi nhóm trình bày, tranh luận bảo vệ ý kiến của mình trước lớp. Cuối cùng, dưới sự hướng dẫn của giáo viên học sinh sẽ tiến hành hoạt động khái quát hóa để đi đến định nghĩa khái niệm.

Ví dụ 2 : Dạy học khái niệm nguyên hàm

Giáo viên: Xét hai cặp hàm số sau đây:

$$(1) \quad y = \sin x; \quad y = \cos x ;$$

$$(2) \quad y = \sin 2x; \quad y = 2\cos 2x.$$

Cặp hàm số ở (1) và cặp hàm số ở (2) có những đặc điểm giống nhau, các em học sinh làm việc theo nhóm thảo luận tìm xem các đặc điểm đó là đặc điểm gì?

Khả năng 1: Nếu có nhóm học sinh phát hiện ra đặc điểm: hàm số đứng sau là đạo hàm của hàm số đứng trước, giáo viên có thể giới thiệu tiếp: Hàm số đứng trước được gọi là nguyên hàm của hàm số đứng sau. Giáo viên đặt tiếp câu hỏi: Một cách tổng quát, hàm số $F(x)$ được gọi là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ khi nào? Sau khi học sinh phát biểu, giáo viên chỉnh sửa để có một định nghĩa chính xác khái niệm nguyên hàm.

Khả năng 2: Nếu các nhóm học sinh chỉ đưa ra đặc điểm: các cặp hàm số đều là các hàm số lượng giác, giáo viên cho thêm một ví dụ khác nữa:

$$(3) \quad y = x^2 + 1; y = 2x.$$

Cho biết là cặp hàm số ở (3) cũng có chung một đặc điểm với các cặp hàm số ở (1) và (2). Vậy đặc điểm đó là đặc điểm gì? (Giáo viên gợi ý nếu cần).

Chú ý là nếu các nhóm học sinh tìm chưa đúng đặc điểm mà giáo viên mong đợi (khả năng 2 chỉ là một ví dụ), giáo viên thực hiện quá trình tương tự như trên sao cho cuối cùng các em phát hiện ra rằng hàm số đứng sau là đạo hàm của hàm số đứng trước. Khi đó, giáo viên dẫn dắt học sinh đi đến định nghĩa khái niệm như khả năng 1.

3.2 Mô hình “dị biệt” [2]

Trong mô hình dị biệt, giáo viên cho *học sinh quan sát ví dụ và phản ví dụ cùng một lúc, và yêu cầu các em so sánh sự khác biệt giữa chúng*. Các phản ví dụ ở đây được hiểu là các đối tượng không thuộc ngoại diên của khái niệm mà học sinh sắp học. “Dị biệt” ở đây có nghĩa là trong quá trình hình thành khái niệm mới, học sinh quan sát đồng thời cả ví dụ và phản ví dụ. Việc dạy học khái niệm theo mô hình này bao gồm các bước chính sau đây:

Bước 1: Cho học sinh quan sát một số ví dụ và một số phản ví dụ về khái niệm cần dạy.

Bước 2: Yêu cầu học sinh so sánh chỉ ra sự khác biệt của ví dụ và phản ví dụ.

Bước 3: Khi học sinh tìm ra đủ các tính chất ở các ví dụ dùng để định nghĩa, giáo viên cho biết tên khái niệm này và yêu cầu học sinh phát biểu định nghĩa trong trường hợp tổng quát.

Ví dụ 3: Dạy học khái niệm cấp số cộng

Giáo viên: Cho hai dãy số sau đây:

$$4, 7, 10, 13, 16, \dots, 3n+1, \dots \quad (1)$$

$$11, 9, 6, 5, 4, 0, -1, -2 \quad (2)$$

Giáo viên yêu cầu học sinh chỉ ra sự khác biệt của hai dãy số trên.

Kết quả (giáo viên gợi ý nếu cần):

| Dãy số (1) | Dãy số (2) |
|--|---------------|
| - Dãy tăng | - Dãy giảm |
| - Dãy vô hạn | - Dãy hữu hạn |
| - Các số hạng đều là số dương | - Dãy bị chặn |
| - Có số sau bằng số liền trước cộng thêm 3 (*) | |

Giáo viên cho biết dãy (1) vì có tính chất (*) nên nó được gọi là một cấp số cộng có số hạng đầu là 4 và công sai là 3. Kế tiếp giáo viên yêu cầu học sinh thử phát

biểu định nghĩa cấp số cộng, rồi chỉnh sửa để đưa ra định nghĩa chính xác cho học sinh.

Bình luận: Có thể tiến hành dạy học hợp tác với mô hình dị biệt bằng cách chia lớp thành nhiều nhóm khác nhau. Nhiệm vụ đặt ra cho mỗi so sánh là chỉ ra sự khác biệt của ví dụ và phản ví dụ. Sau đó, giáo viên yêu cầu mỗi nhóm trình bày các kết quả mà mỗi nhóm thu được trước lớp và thảo luận thống nhất về những kết quả mà giáo viên mong đợi. Cuối cùng, giáo viên hướng dẫn cho khái quát hóa và phát biểu định nghĩa khái niệm.

Ví dụ 4: Khi dạy học khái niệm nguyên hàm (Giải Tích 12), giáo viên có thể tiến hành dạy học như sau:

Giáo viên: Cho hai cặp hàm số:

$$F(x) = x^2 + x + 1 \text{ và } f(x) = 2x + 1; \quad (1)$$

$$G(x) = \sin x \quad \text{và} \quad g(x) = \cos x + 1. \quad (2)$$

Giáo viên chia lớp thành nhiều nhóm; yêu cầu các nhóm hãy so sánh mối quan hệ giữa $F(x)$ và $f(x)$ và mối quan hệ giữa $G(x)$ và $g(x)$, và chỉ ra sự khác biệt của chúng?

Khi các nhóm chỉ ra được sự khác biệt (Giáo viên gợi ý nếu cần):

$$\text{ở (1): } f(x) = F'(x);$$

$$\text{ở (2): } g(x) = G'(x) + 1.$$

giáo viên cho biết: trong trường hợp (1) thì $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của $f(x)$. Và yêu cầu học sinh thử phát biểu định nghĩa nguyên hàm của một hàm số, sau đó giáo viên chỉnh sửa để có một định nghĩa chính xác về khái niệm nguyên hàm.

3.3 Mô hình “cộng biến”[2]

Trong mô hình cộng biến, học sinh thực hiện các hành động phân tích, so sánh tìm ra nguyên nhân của một “hiện tượng” thay đổi. Việc dạy học một khái niệm theo mô hình này có thể tiến hành theo các bước sau đây:

Bước 1: Cho học sinh quan sát nhiều ví dụ, trong đó có một “hiện tượng” thay đổi.

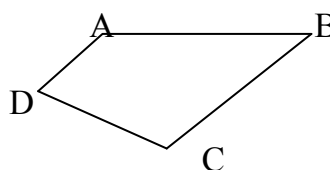
Bước 2: Yêu cầu học sinh tìm ra nguyên nhân của sự thay đổi của hiện tượng; nhờ đó, phát hiện thuộc tính bản chất của khái niệm cần định nghĩa.

Bước 3: Giáo viên cho biết tên khái niệm này và yêu cầu học sinh phát biểu định nghĩa trong trường hợp tổng quát.

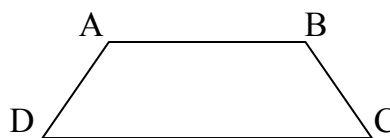
Ví dụ 5: Hình thành khái niệm hai vectơ bằng nhau (Hình Học 10).

Giáo viên: Cho tứ giác ABCD. Hãy so sánh hai vectơ \vec{AB} và \vec{DC} trong mỗi trường hợp sau đây (có hình vẽ kèm theo):

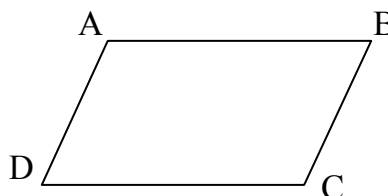
1. Tứ giác ABCD là tứ giác thường.



2. Tứ giác ABCD là hình thang.



3. Tứ giác ABCD là hình bình hành.



Sau khi học sinh giải bài toán trên. Giáo viên hỏi tiếp: Cho tứ giác ABCD. Hai vector \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{DC} phải thỏa mãn điều kiện gì để ABCD là bình một hình bình hành, không là hình bình hành? Sau đó khi học sinh trả lời câu hỏi đúng như mong đợi, giáo viên cho biết: \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{DC} có cùng hướng và cùng độ dài (trường hợp 3 là một ví dụ), người ta nói rằng vector \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{DC} bằng nhau, và yêu cầu học sinh thử phát biểu định nghĩa hai vector được bằng nhau. Giáo viên chỉnh sửa và đưa ra định nghĩa chính xác. Một điều cần chú ý cho học sinh là hai vector bằng nhau khi chúng có độ dài bằng nhau và giá của chúng có thể song song hoặc trùng nhau.

Bình luận: Dạy học theo mô hình cộng biến tạo cho học sinh phát triển năng lực quan sát, phân tích, so sánh để tìm ra “nguyên nhân” của “hiện tượng”. Cũng như hai mô hình trên, mô hình này vẫn có thể được dùng trong dạy học hợp tác bằng cách là cho học sinh thảo luận nhóm để tìm ra nguyên nhân của hiện tượng.

4 KẾT LUẬN

Dạy học khám phá khái niệm toán học theo ba mô hình nêu trên giúp người học có cơ hội sử dụng các kỹ năng nhận thức như: quan sát, phân loại, phân tích, tiên đoán, mô tả, trừu tượng hóa, khái quát hóa, luận ra (infer),... Để dạy học khám phá khái niệm toán học có hiệu quả, việc đưa ra hệ thống các ví dụ hay phản ví dụ cần phải bảo đảm tính vừa sức, và sao cho dưới sự hướng dẫn của giáo viên học sinh có thể phát hiện ra các thuộc tính bản chất của khái niệm cần dạy.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers
2. Nguyễn Phú Lộc (2008). *Giáo trình Xu hướng dạy học không truyền thống*. Trường Đại học Cần Thơ.
3. Svinicki, M. D. (1998). A theoretical foundation for discovery learning. *Advances in Physiology Education* 275:4-8, 1998.
4. P. Thorsett, Discovery learning theory, theo website: http://www.thinkingink.com/_contents/edu/phd_archives/EPRS8500_DiscLrngThry.PDF
5. Nguyễn Cảnh Toàn (2001). *Tuyển tập tác phẩm tự giáo dục tự học, tự nghiên cứu – Tập 1*, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Trung tâm văn hóa – ngôn ngữ Đông Tây, Hà Nội.