

# MÔ HÌNH ĐỐI XỨNG THỂ HỆ $S_4$ VÀ CÁC HIỆN TƯỢNG VẬT LÝ LIÊN QUAN

Nguyễn Thanh Phong<sup>1</sup>

## ABSTRACT

*We study the supersymmetric seesaw model in a  $S_4$  based flavor model. It has been shown that at the leading order, the model yields to exact tri-bimaximal pattern of the lepton mixing matrix and zero lepton-asymmetry of the decays of heavy right-handed neutrinos. By introducing a soft-breaking term in Dirac-neutrino mass matrix, a non-zero  $U_{e3}$  is generated leading to the non-zeros of mixing angle  $\theta_{13}$  and Dirac CP violating phase  $\delta_{CP}$ , and we also obtained the deviations of the values  $\theta_{12}$  and  $\theta_{23}$  from their tri-bimaximal values. In addition, non-zero lepton asymmetry from the decays of right-handed neutrinos is generated, as a result, by a reasonable choice of model parameters compatible with low-energy data, the baryon asymmetry of the Universe is successful generated through flavored leptogenesis.*

**Keywords:** seesaw mechanism, tri-bimaximal pattern, baryon asymmetry, leptogenesis

**Title:**  $S_4$  flavor symmetry and physical phenomena

## TÓM TẮT

*Chúng tôi nghiên cứu mô hình siêu đối xứng với cơ chế seesaw dựa trên nhóm đối xứng  $S_4$ . Khi không tính đến các bậc đỉnh, mô hình thu được cấu trúc tri-bimaximal của các góc trộn khu vực lepton và không có sự vi phạm số lepton trong phân rã của các neutrino phân cực phải. Bằng cách đưa vào ma trận khối lượng neutrino Dirac một yếu tố nhiễu loạn, chúng tôi thu được giá trị khác không của  $U_{e3}$  dẫn đến giá trị khác không của góc  $\theta_{13}$  pha  $\delta_{CP}$ , ngoài ra các góc trộn  $\theta_{12}$  và  $\theta_{23}$  cũng dịch đi so với giá trị của chúng trong cấu trúc tri-bimaximal. Ngoài ra, sự bất đối xứng số lepton cũng được sinh ra qua quá trình phân rã của các neutrino phân cực phải. Bằng cách chọn các tham số của mô hình sao cho phù hợp với kết quả thực nghiệm ở năng lượng thấp, bất đối xứng vật chất-phản vật chất của vũ trụ được giải thích định lượng thông qua quá trình leptogenesis có phân biệt sự đóng góp của các lepton thể hệ.*

**Từ khóa:** cơ chế seesaw, cấu trúc tri-bimaximal, bất đối xứng baryon, leptogenesis

## 1 GIỚI THIỆU

Các kết quả thực nghiệm về dao động neutrino là bằng chứng quan trọng để tìm kiếm nguồn gốc về sự chênh lệch thang khối lượng giữa các quark và các lepton. Các thí nghiệm gần đây về dao động neutrino là nhằm đo đạc chính xác hơn hiệu bình phương khối lượng của các neutrino và các góc trộn giữa các thể hệ lepton [1]. Các góc trộn này gần như có cấu trúc tri-bimaximal (TB) [2] và có giá trị lớn hơn rất nhiều so với các góc trộn của khu vực quark. Do đó việc tìm kiếm một mô hình dẫn đến cấu trúc góc trộn cho hai khu vực quark và lepton trở nên hết sức quan trọng.

<sup>1</sup> Khoa Khoa Học Tự Nhiên, Trường Đại học Cần Thơ

$$U_{TB} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1)$$

Những năm gần đây, có rất nhiều mô hình lý thuyết có thể dẫn đến cấu trúc TB của các góc trộn khu vực lepton đã được xây dựng. Các mô hình này có đặc điểm chung là thêm vào nhóm chuẩn của mô hình chuẩn (Standard Model - SM) các nhóm đối xứng không liên tục. Trong các mô hình này, thu hút được nhiều sự chú ý là các mô hình dựa trên nhóm đối xứng  $A_4$  [3],  $T$  [4] và gần đây nhất là nhóm đối xứng  $S_4$  [5,6].

Trong mô hình  $S_4$  [6], cấu trúc TB của các góc trộn của khu vực lepton được sinh ra một cách tự nhiên với cơ chế seesaw (seesaw mechanism). Mặc dù theo cấu trúc TB thì  $\theta_{13}=0$  (hay  $U_{e3}=0$ , do đó sẽ không có sự vi phạm CP ở khu vực lepton) là phù hợp với cận trên của kết quả đo đạc ở thí nghiệm CHOOZ-Palo Verde ( $\theta_{13}<12^0$  ở  $3\sigma$ ) [1], nhưng giá trị khác không (và phức) của  $U_{e3}$ , dẫn đến khả năng phát hiện sự vi phạm CP ở khu vực lepton, là mục tiêu chính của nhiều thí nghiệm về dao động của các neutrino sinh ra từ các lò phản ứng hạt nhân (nhà máy điện hạt nhân). Ngoài ra, cấu trúc của các ma trận khối lượng của khu vực lepton (ma trận khối lượng của Dirac-neutrino) cũng không cho phép giải thích sự bất đối xứng vật chất và phản vật chất của vũ trụ (Baryon Asymmetry of the Universe - BAU) thông qua quá trình leptogenesis [7].

Trong nghiên cứu này, bằng cách xét một nhiễu loạn nhỏ trong ma trận khối lượng của Dirac-neutrino của mô hình  $S_4$ , chúng tôi thu được giá trị khác không của  $U_{e3}$ , đồng thời sự bất đối xứng vật chất và phản vật chất cũng được giải thích một cách định lượng. Ngoài ra, chúng tôi cũng nghiên cứu chi tiết các hiệu ứng vật lý ở mức năng lượng thấp như khối lượng neutrino, sự vi phạm CP ở năng lượng thấp ( $\delta_{CP}$ ), sự phân rã beta không kèm hạt neutrino ( $|\langle m_{ee} \rangle|$ ).

## 2 MÔ HÌNH ĐỐI XỨNG THỂ HỆ $S_4$

Chúng tôi nghiên cứu mô hình  $S_4$  được giới thiệu bởi [6], trong đó, sau khi thực hiện cơ chế seesaw và chéo hóa, ta thu được cấu trúc TB của các góc trộn khu vực lepton. Mô hình này là siêu đối xứng và dựa trên nhóm đối xứng  $G_f = S_4 \times Z_5 \times U(1)_{FN}$ , trong đó mỗi nhóm thành phần giữ một vai trò khác nhau. Thành phần  $S_4$  cùng với  $Z_5$  quyết định các góc trộn; thành phần phụ  $Z_5$  loại trừ các yếu tố phân kỳ trong Lagrangian và cùng với  $U(1)_{FN}$  đảm bảo thang khối lượng của các hạt lepton mang điện thông qua cơ chế Froggatt-Nielsen [8].  $S_4$  là nhóm không liên tục, được tạo bởi các giao hoán của bốn thực thể. Nhóm có 24 phần tử được chia thành 5 biểu diễn bất khả qui: hai đơn tuyến ( $1_1$  và  $1_2$ ), một nhị tuyến (2) và hai tam tuyến ( $3_1$  và  $3_2$ ). Trường vật chất của khu vực lepton và các flavon (là các

hạt chịu trách nhiệm sinh các ma trận tương tác Yukawa hiệu dụng của khu vực quark và lepton) được trình bày trong bảng 1.

**Bảng 1: Các biểu diễn của các trường vật chất của khu vực lepton và các flavon trong mô hình**

	$l$	$e^c$	$\mu^c$	$\tau^c$	$\nu^c$	$h_{u,d}$	$\theta$	$\psi$	$\eta$	$\Delta$	$\varphi$	$\xi'$
$S_4$	$3_1$	$1_2$	$1_2$	$1_1$	$3_1$	$1_1$	$1_1$	$3_1$	$2$	$3_1$	$2$	$1_2$
$Z_5$	$\omega^4$	$1$	$\omega^2$	$\omega^4$	$\omega$	$1$	$1$	$\omega^2$	$\omega^2$	$\omega^3$	$\omega^3$	$1$
$U(1)_{FN}$	$0$	$1$	$0$	$0$	$0$	$0$	$-1$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$

Siêu thế (super-potential) cho khu vực lepton của mô hình như sau

$$\begin{aligned} \omega_l &= \sum_{i=1}^4 \frac{\theta}{\Lambda} \frac{y_{e,i}}{\Lambda^3} e^c (LX_i)' h_d + \frac{y_\mu}{\Lambda^2} \mu^c (l\psi\eta)' h_d + \frac{y_\tau}{\Lambda} e^c (l\psi) h_d + hc + \dots, \\ \omega_\nu &= x(v^c l) h_u + x_d(v^c \nu^c \varphi) + x_t(v^c \nu^c \Delta) h + hc + \dots, \end{aligned} \quad (2)$$

trong đó dấu ba chấm (...) để chỉ các số hạng bậc cao,  $X = \{\psi\psi\eta, \psi\eta\eta, \Delta\Delta\xi', \Delta\varphi\xi'\}$ , ngoài ra chúng tôi dùng dấu ngoặc đơn () để chỉ đơn tuyến  $1_1$  và (') để chỉ đơn tuyến  $1_2$ .

Các giá trị trung bình chân không (vacuum expectation value - VEV) của các flavon có thể được xác định khi cho đạo hàm của các siêu thế theo các trường flavon bằng không. Theo phương pháp đó chúng ta có thể thu được các VEV như sau

$$\begin{aligned} \langle \psi \rangle &= (0 \ 1 \ 0)^T \nu_\psi, & \langle \Delta \rangle &= (1 \ 1 \ 1)^T \nu_\Delta, \\ \langle \eta \rangle &= (0 \ 1)^T \nu_\eta, & \langle \varphi \rangle &= (1 \ 1)^T \nu_\varphi, & \langle \xi' \rangle &= \nu_{\xi'}, \end{aligned} \quad (3)$$

trong đó  $\nu_\Delta^2 = \frac{-g_3}{3g_2} \nu_\varphi^2$ ,  $\nu_\psi^2 = \frac{-f_2}{2f_1} \nu_\eta^2$ ,  $\nu_{\xi'}^2 = \frac{h_1}{M_{\xi'}} \nu_\eta \nu_\varphi$ ,  $|\theta|^2 = \frac{M_{FI}}{g_{FN}}$  và  $\nu_\varphi, \nu_\eta$  thì chưa được xác định. Các hệ số  $g_i, f_i, h_i, M_{\xi'}, M_{FI}, g_{FN}$  là khối lượng và hằng số tương tác xuất hiện trong Lagrangian có chứa các flavon. Tất cả các VEV có cùng bậc độ lớn và vì lý do đó được tham số hóa  $VEV/\Lambda = u$ , trong đó  $\Lambda$  là mức năng lượng (rất cao) mà tại đó nhóm đối xứng  $S_4$  còn hiện hữu (hay nói cách khác là chưa bị phá vỡ). Chỉ duy nhất VEV của trường  $\theta$  là  $\nu_\theta$  thu được từ cơ chế hoàn toàn khác (với các VEV còn lại) được tham số hóa là  $\nu_\theta/\Lambda = t$ . Như đã được chứng minh ở [6],  $u$  và  $t$  được xác định có giá trị nằm trong khoảng  $0,01 < u, t < 0,05$ .

Với cấu trúc VEV như trên, ma trận khối lượng cho các lepton mang điện thu được

$$m_l = \begin{pmatrix} y_e^{(1)} u^2 t & y_e^{(2)} u^2 t & y_e^{(2)} u^2 t \\ 0 & y_\mu u & 0 \\ 0 & 0 & y_\tau \end{pmatrix} u \nu_d, \quad (4)$$

trong đó  $y_e^{(i)}$  là kết quả của các đóng góp khác nhau của  $y_{e,i}$ . Các ma trận khối lượng cho Dirac neutrino và Majorana neutrino thu được như sau

$$m_\nu^d = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} u u_\nu, \quad M_R = B e^{i\alpha_1} \begin{pmatrix} 2re^{i\phi} & 1-re^{i\phi} & 1-re^{i\phi} \\ 1-re^{i\phi} & 1+2re^{i\phi} & -re^{i\phi} \\ 1-re^{i\phi} & -re^{i\phi} & 1+2re^{i\phi} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

trong đó  $B = 2|x_d|v_\varphi$ ,  $C = 2|x_t|v_\Delta$  và  $r = C/B$  là những số thực dương, và các pha  $\alpha_1, \alpha_2$  là các argument của  $x_{d,t}$  và  $\phi = \alpha_2 - \alpha_1$  là pha duy nhất có ý nghĩa vật lý trong ma trận khối lượng  $M_R$ . Ma trận khối lượng  $M_R$  được chéo hóa bằng ma trận TB

$$M_R^D = V_R^T M_R V_R = \text{Diag.}(M_1 \quad M_2 \quad M_3), \quad (6)$$

$$M_1 = B|3re^{i\phi} - 1|, \quad M_2 = 2B, \quad M_3 = B|3re^{i\phi} + 1|, \quad (7)$$

$$V_R = U_{TB} V_P, \quad V_P = \text{Diag.}(e^{i\gamma_1/2}, \quad 1, \quad e^{i\gamma_3/2}), \quad \gamma_{1,3} = -\arg(3re^{i\phi} \mp 1). \quad (8)$$

Sau khi thực hiện cơ chế seesaw, ta thu được giá trị hiệu dụng của ma trận khối lượng neutrino nhẹ

$$m_{\text{eff}} = -(m_\nu^d)^T M_R^{-1} m_\nu^d. \quad (9)$$

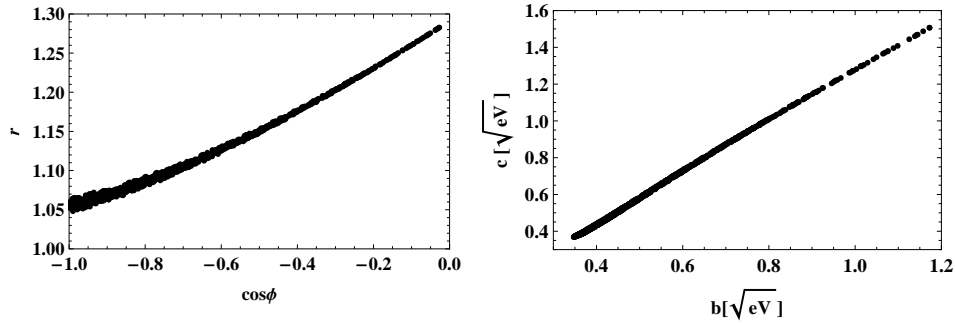
Ma trận khối lượng này được chéo hóa bằng ma trận TB

$$U_\nu^T m_{\text{eff}} U_\nu = \text{Diag.}(m_1 \quad m_2 \quad m_3) = -\text{Diag.}\left(\frac{x^2 v_u^2}{M_1}, \quad \frac{x^2 v_u^2}{M_2}, \quad \frac{x^2 v_u^2}{M_3}\right), \quad (10)$$

$$U_\nu = U_{TB} \times \text{Diag.}(e^{-i\gamma_1/2}, \quad 1, \quad e^{-i\gamma_3/2}). \quad (11)$$

Để tìm ma trận trộn của khu vực lepton chúng ta cần chéo hóa ma trận khối lượng của lepton mang điện

$$m_l^D = U_l^\dagger m_l U_l = \text{Diag.}(y_e u^2, \quad y_\mu u, \quad y_\tau) u v_d \quad (12)$$



Hình 1: Miền giá trị của các tham số của mô hình

Trong đó  $c = x v_u^2 \sqrt{C}$ ,  $b = x v_u^2 \sqrt{B}$ ,  $r = C/B$

Ta tìm được  $U_l$  là ma trận đơn vị. Do đó ta thu được ma trận  $U_{PMNS}$  như sau

$$U_{PMNS} = U_l^\dagger \times U_\nu \equiv U_\nu = e^{-i\gamma_1/2} \times U_{TB} \times \text{Diag.}(1, \quad e^{i\beta_1}, \quad e^{i\beta_2}), \quad (13)$$

trong đó  $\beta_1 = \gamma_1/2$ ,  $\beta_2 = (\gamma_1 - \gamma_3)/2$  là các pha Majorana vi phạm số CP. Phân tử bằng không của ma trận  $U_{PMNS}$  chỉ ra rằng pha Dirac vi phạm số CP ( $\delta_{CP}$ ) không tồn tại. Các trị riêng khối lượng của neutrino nhẹ chỉ đơn giản là tỉ lệ nghịch với trị riêng khối lượng của các neutrino nặng, hệ số tỉ lệ là  $-x^2 v_u^2$ , như ta có thể thấy từ phương trình (10).

Khối lượng của các neutrino nhẹ có thể ở dạng normal hierarchy (NH -  $m_3 > m_2 > m_1$ ) hoặc inverted hierarchy (IH -  $m_2 > m_3 > m_1$ ) phụ thuộc vào dấu của  $\cos\phi$ . Nếu  $\cos\phi < 0$  ( $\cos\phi > 0$ ) ta có NH (IH). Do giới hạn của bài báo, chúng tôi chỉ nghiên cứu trường hợp NH, việc nghiên cứu cho trường hợp IH là hoàn toàn tương tự. Để tìm các giá trị cho phép của các tham số trong mô hình, chúng tôi sử dụng số liệu thực nghiệm cho trong bảng 2. Từ đây về sau chúng tôi sử dụng kết quả thực nghiệm ở mức độ tin cậy  $3\sigma$  cho việc tính số.

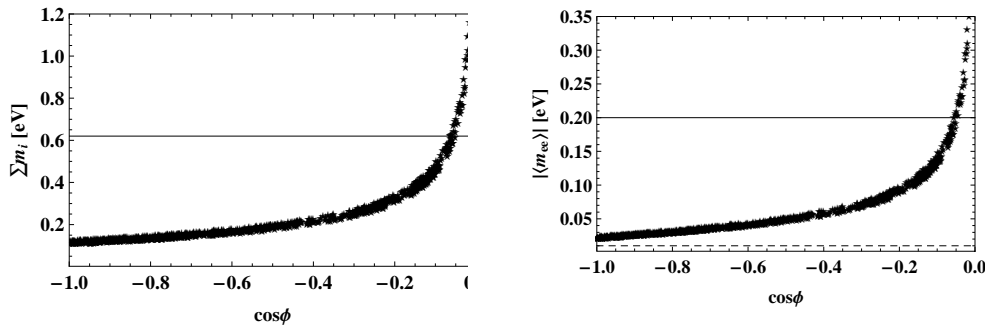
**Bảng 2:** Các giá trị thực nghiệm của khu vực neutrino [1]

Parameter	Best fit $\pm 1\sigma$	$3\sigma$ interval
$\Delta m_{21}^2 [10^{-5} eV^2]$	$7.65^{+0.23}_{-0.20}$	$7.05 - 8.34$
$\Delta m_{31}^2 [10^{-3} eV^2]$	$\pm 2.40^{+0.12}_{-0.11}$	$\pm (2.07 - 2.75)$
$\sin^2 \theta_{12}$	$0.304^{+0.022}_{-0.016}$	$0.25 - 0.37$
$\sin^2 \theta_{23}$	$0.5^{+0.07}_{-0.06}$	$0.36 - 0.67$
$\sin^2 \theta_{13}$	$0.01^{+0.016}_{-0.011}$	$\leq 0.056$

Một đại lượng vật lý quan trọng khác là khối lượng hiệu dụng  $|\langle m_{ee} \rangle|$  trong quá trình phân rã hai hạt beta không kèm hạt neutrino (neutrinoless double beta decay -  $0\nu\beta\beta$ )

$$|\langle m_{ee} \rangle| = |m_1 U_{e1}^2 + m_2 U_{e2}^2 + m_3 U_{e3}^2|, \tag{14}$$

trong đó  $U_{ei}$  là các phần tử của ma trận  $U_{PMNS}$ . Do có phần tử  $U_{e3} = 0$  nên  $m_3$  không có đóng góp vào  $|\langle m_{ee} \rangle|$ , do đó chỉ duy nhất pha Majorana  $\beta_1$  là có đóng góp vào  $|\langle m_{ee} \rangle|$ , khi đó ta có



**Hình 2:** Tổng khối lượng các neutrino nhẹ  $\sum_i m_i$  (bên trái) và khối lượng hiệu dụng  $|\langle m_{ee} \rangle|$  (bên phải) biểu diễn theo  $\cos\phi$

$$|\langle m_{ee} \rangle| = \frac{1}{3} |2m_1 + m_2 e^{2i\beta_1}|. \tag{15}$$

Mối quan hệ giữa các tham số của mô hình được trình bày trên hình 1, với mức độ tin cậy  $3\sigma$  của số liệu thực nghiệm cho trong bảng 2. Giá trị tiên đoán cho tổng khối lượng các neutrino nhẹ như là hàm của  $\cos\phi$  được biểu diễn trên hình bên trái của hình 2, trong đó đường nằm ngang là giới hạn hiện nay của tổng khối lượng neutrino  $\sum_i m_i \leq 0.61 eV$  cho bởi [10]. Hình bên phải của hình 2 cho ta thấy giá trị tiên đoán của  $|\langle m_{ee} \rangle|$ . Ta nhận được  $0.02 eV \leq |\langle m_{ee} \rangle| \leq 0.2 eV$ , trong đó giới hạn trên có được khi ta áp điều kiện  $\sum_i m_i \leq 0.61 eV$ . Trong hình này, đường nằm ngang

liền nét (đứt nét) là giới hạn dưới hiện nay (tương lai) của các thí nghiệm về  $0\nu\beta\beta$  [11]. Ta thấy các giá trị tiên đoán trên của mô hình là hoàn toàn có thể kiểm chứng bằng thực nghiệm trong tương lai gần.

Với cấu trúc của ma trận khối lượng neutrino Dirac  $m_v^d$  ở phương trình (5), khi ta chuyển cơ sở sao cho ma trận khối lượng của neutrino Majorana là thực và chéo thì ma trận tương tác Yukawa có dạng  $Y_\nu = \frac{1}{v_u^2} V_R^T m_v^d$ , dẫn đến ma trận  $H = Y_\nu Y_\nu^\dagger \sim I$ , trong đó  $I$  là ma trận đơn vị, do đó quá trình leptogenesis không thực hiện được, hay nói cách khác mô hình không cho phép ta giải thích được BAU.

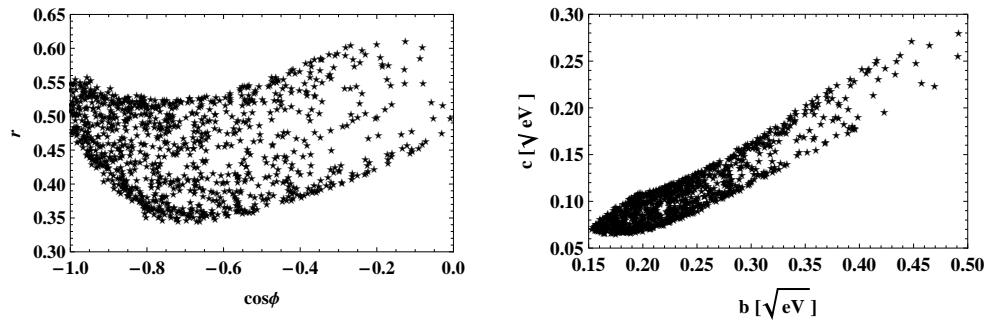
### 3 NHIỀU LOẠN CỦA MA TRẬN KHỐI LƯỢNG NEUTRINO DIRAC

Để nghiên cứu khả năng sinh phân tử  $U_{e3}$  (do đó sinh  $\theta_{13}$  và pha Dirac\_CP  $\delta_{CP}$ ), và sự xê dịch của  $\theta_{23}$  và  $\theta_{12}$  từ các giá trị tương ứng của chúng trong cấu trúc TB, chúng tôi đưa vào siêu thể một phần tử nhiễu loạn có dạng  $w_{sb} = \eta v_\alpha^c I_\beta h_u$ . Nhiễu loạn này sẽ tác động lên phần tử  $(\alpha\beta)$  của ma trận khối lượng của neutrino-Dirac  $m_\nu$ . Tổng cộng có chín vị trí nhiễu loạn tương ứng với chín vị trí của  $m_\nu$ . Như là một sự lựa chọn đặc biệt, chúng tôi nghiên cứu thành phần nhiễu loạn ở phần tử (31) của  $m_\nu$ , khi đó  $m_\nu$  có dạng

$$m_\nu^d = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \varepsilon e^{i\alpha} & 1 & 0 \end{pmatrix} x v_u, \tag{16}$$

Sau khi thực hiện cơ chế seesaw với  $M_R$  và  $m_l$  không đổi, ma trận khối lượng của neutrino  $m_{eff}$  có thể được chéo hóa bằng ma trận  $\tilde{U}_\nu$ , lấy đến số hạng bậc nhất của  $\varepsilon$  như sau  $\tilde{U}_\nu^T m_{eff} \tilde{U}_\nu = -Diag. \left( \frac{x^2 v_u^2}{M_1} |1 - 2/3 \varepsilon e^{i\alpha}|, \frac{x^2 v_u^2}{M_2} |1 + 2/3 \varepsilon e^{i\alpha}|, \frac{x^2 v_u^2}{M_3} \right)$ , (17)

trong đó  $\tilde{U}_\nu = \tilde{U}_{TB} \times Diag. (e^{-i\tilde{\gamma}_1/2}, e^{-i\tilde{\gamma}_2/2}, e^{-i\tilde{\gamma}_3/2})$ ,



Hình 3: Miền giá trị của các tham số của mô hình với sự xuất hiện của nhiễu loạn

$$c = x v_u^2 \sqrt{C}, \quad b = x v_u^2 \sqrt{B}, \quad r = C / B$$

$$\tilde{\gamma}_1 = \arg\left(\frac{1 - 2/3 \varepsilon e^{i\alpha}}{3 r e^{i\phi} - 1}\right), \quad \tilde{\gamma}_2 = \arg(1 + 2/3 \varepsilon e^{i\alpha}), \quad \tilde{\gamma}_3 = \arg\left(\frac{1}{3 r e^{i\phi} + 1}\right), \tag{18}$$

$$\tilde{U}_{TB} = \begin{pmatrix} \sqrt{1/6}(1+\varepsilon)\frac{-2+3r}{9(1-r)} & \sqrt{1/3}(1-2\varepsilon)\frac{-2+3r}{9(1-r)} & -\varepsilon\frac{1-2r+3r^2}{\sqrt{2}(1-3r)} \\ -\sqrt{1/6}-\varepsilon\frac{17+48r+27r^2}{18\sqrt{6}(1-r)} & \sqrt{1/3}-\varepsilon\frac{11-18r+9r^2}{9\sqrt{3}(1-4r+3r^2)} & -\sqrt{1/2}-\varepsilon\frac{(1-r)(1+3r)}{2\sqrt{2}(1-3r)} \\ -\sqrt{1/6}+\varepsilon\frac{1-24r+27r^2}{18\sqrt{6}(1-r)} & \sqrt{1/3}+\varepsilon\frac{7-9r^2}{9\sqrt{3}(1-4r+3r^2)} & \sqrt{1/2}-\varepsilon\frac{(1-r)(1+3r)}{2\sqrt{2}(1-3r)} \end{pmatrix} \quad (19)$$

trong đó  $\varepsilon \equiv \varepsilon e^{i\alpha}$ ,  $r \equiv r e^{i\phi}$ . Do đó ma trận trộn của khu vực lepton ở năng lượng thấp được cho bởi

$$\tilde{U}_{PMNS} \equiv \tilde{U}_\nu = e^{-i\tilde{\gamma}/2} \times U_{TB} \times \text{Diag.}(1, e^{i\tilde{\beta}_1}, e^{i\tilde{\beta}_2}), \quad (20)$$

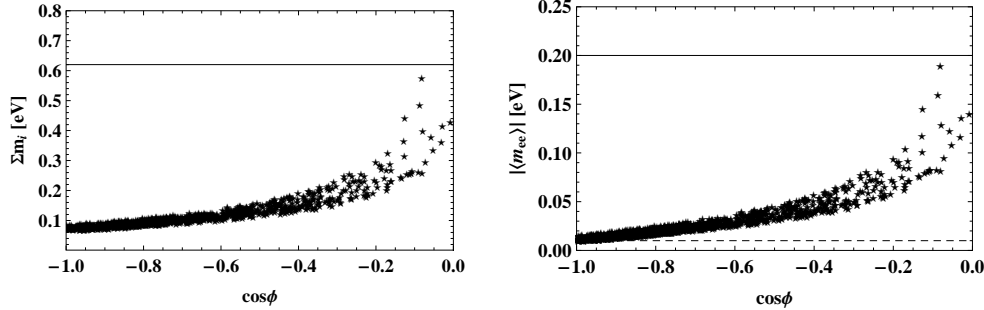
trong đó  $\tilde{\beta}_1 = (\tilde{\gamma}_1 - \tilde{\gamma}_2)/2$  và  $\tilde{\beta}_2 = (\tilde{\gamma}_1 - \tilde{\gamma}_3)/2$  là các pha Majorana vi phạm số CP. Dễ thấy nếu pha nhiễu loạn  $\alpha = 0$  thì các pha Majorana không bị tác động của nhiễu loạn.

Sự xê dịch của các góc trộn từ giá trị theo cấu trúc TB của chúng dễ dàng tìm được bằng

$$\delta_{12} = \varepsilon \frac{4(2-3r)}{9\sqrt{3}(1-r)}, \quad \delta_{13} = \varepsilon \frac{(1-r)(1+3r)}{2(1-3r)}, \quad U_e = -\varepsilon \frac{1-2r+3r^2}{\sqrt{2}(1-3r)}, \quad (21)$$

Trong đó  $\delta_{12} = \sin^2 \theta_{12} - 1/3$  và  $\delta_{13} = \sin^2 \theta_{23} - 1/2$ . Dễ thấy, các giá trị của các góc trộn sẽ trở về các giá trị của chúng theo cấu trúc TB một khi  $\varepsilon = 0$ , tức là không có nhiễu loạn. Trong tất cả các phép tính số dưới đây chúng tôi cho  $\varepsilon = 0,1$  và  $\alpha = \overline{0, 2\pi}$ . Hình 3 cho ta miền giá trị cho phép của các tham số của mô hình khi có nhiễu loạn.

Hình 4 biểu diễn các đại lượng tương tự như hình 2, sau khi thực hiện nhiễu loạn. Chúng tôi nhận thấy rằng giá trị tiên đoán của  $|\langle m_{ee} \rangle|$  cũng nằm trong miền đo đạc được của của các thí nghiệm  $0\nu\beta\beta$  sắp thực hiện [11]. Với sự nhiễu loạn, giá trị



Hình 4: Tổng khối lượng các neutrino nhẹ (bên trái) và khối lượng hiệu

dụng  $\sum_i m_i$  (bên phải) biểu diễn theo  $|\langle m_{ee} \rangle|$  khi có nhiễu loạn

mới của góc trộn  $\theta_{13}$  và pha Dirac-CP  $\delta_{CP}$  (đều bằng không trong cấu trúc TB), được sinh ra nhờ nhiễu loạn, được trình bày ở hình 5. Ta thấy rằng giá trị tiên đoán của mô hình cho  $\theta_{13}$  có thể đạt tới  $4,5^\circ$ , đây là các giá trị mà các thí nghiệm về dao

động neutrino của các lò phản ứng với đường truyền dài (long baseline reactor neutrino oscillation experiments) trong tương lai gần có thể đo đạt được [12].

**4 LEPTOGENESIS**

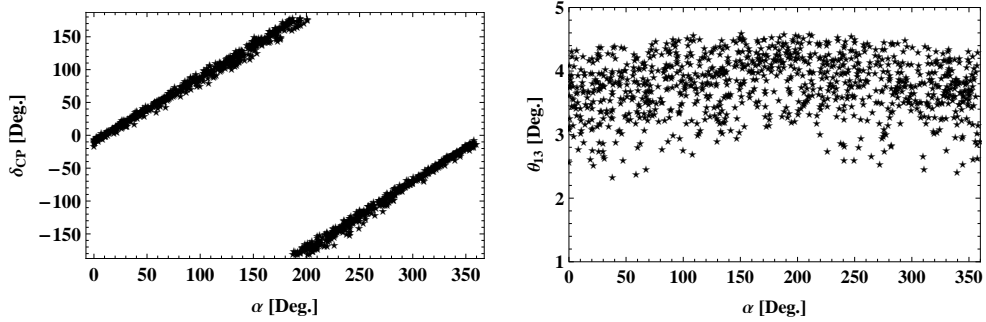
Như đã đề cập từ đầu, trong mô hình  $S_4$  nguyên thủy, leptogenesis không hoạt động, tức là không cho phép giải thích được BAU. Ở mục này, chúng tôi nghiên cứu quá trình leptogenesis nhờ vào nhiễu loạn nhỏ ở ma trận khối lượng của neutrino Dirac đã được xem xét ở trên. Trước hết sự bất đối xứng số lepton được sinh ra nhờ vào sự phân rã không cân bằng và vi phạm số lepton của các neutrino nặng phân cực phải (Right Handed Neutrinos-RHN) ở thời điểm rất sớm của vũ trụ.

Nếu sự phân rã của RHN xảy ra ở nhiệt vũ trụ vào cỡ  $T \approx (1 + \tan^2 \beta) \cdot 10^{12}$  GeV hoặc cao hơn, sự phân rã của RHN ra các thế hệ lepton khác nhau là không phân biệt được, khi đó sự bất đối xứng số CP do sự phân rã của RHN thứ  $i$  được cho bởi [13,14]

$$\varepsilon_i = \frac{1}{8\pi H_{ii}} \sum_{j \neq i} \text{Im}[H_{ij}^2] g\left(\frac{M_j^2}{M_i^2}\right). \tag{22}$$

Nếu khối lượng của các RHN là  $M \leq (1 + \tan^2 \beta) \cdot 10^{12}$  GeV, khi đó sự phân rã của RHN ra các thế hệ lepton khác nhau là phân biệt được, và sự bất đối xứng số CP do sự phân rã của RHN thứ  $i$  ra lepton  $\alpha$  ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ) được cho bởi [13,14]

$$\varepsilon_i^\alpha = \frac{1}{8\pi H_{ii}} \sum_{j \neq i} \text{Im}[H_{ij}(\tilde{Y})_{i\alpha}(\tilde{Y})_{j\alpha}^*] g\left(\frac{M_j^2}{M_i^2}\right) \tag{23}$$



**Hình 5:** Giá trị tiên đoán của  $\delta_{CP}$  (bên trái) và góc trộn  $\theta_{13}$  (bên phải) biểu diễn theo  $\alpha$

Ở trên, hàm vòng  $g(x)$  được cho bởi  $g\left(\frac{M_j^2}{M_i^2}\right) \equiv g_{ij}(x) = \sqrt{x} \left( \frac{2}{1-x} - \ln \frac{1+x}{x} \right)$ , (24)

hàm này phụ thuộc rất lớn vào khối lượng của các RHN. Nếu khối lượng của các RHN là gần như suy biến thì giá trị hàm vòng và do đó giá trị bất đối xứng CP sẽ rất lớn (giống như hiện tượng cộng hưởng). Ma trận  $H = \tilde{Y}_\nu \tilde{Y}_\nu^\dagger$ , trong đó  $\tilde{Y}_\nu$  là ma trận tương tác Yukawa, trong cơ sở mà ma trận khối lượng của  $M_R$  là thực và chéo, được cho bởi



$$\tilde{Y}_v = \frac{1}{v_u^2} V_R^T m_v^d = \begin{pmatrix} \frac{e^{i\gamma_1/2}(2 - \varepsilon e^{i\alpha})}{\sqrt{6}} & \frac{-e^{i\gamma_1/2}}{\sqrt{6}} & \frac{-e^{i\gamma_1/2}}{\sqrt{6}} \\ \frac{1 + \varepsilon e^{i\alpha}}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{\varepsilon e^{i/2(2\alpha + \gamma_3)}}{\sqrt{3}} & \frac{e^{i\gamma_3/2}}{\sqrt{2}} & \frac{-e^{i\gamma_3/2}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} x, \quad (25)$$

trong đó  $V_R$  và  $m_v^d$  lần lượt cho bởi các phương trình (6) và (8). Khi đó ma trận hermitic  $H$  là

$$H = x^2 \begin{pmatrix} 1 - 2/3\varepsilon \cos \alpha & \frac{e^{i\gamma_1/2}}{3\sqrt{2}} \varepsilon (\cos \alpha - 3i \sin \alpha) & \frac{\varepsilon e^{-i/2(2\alpha - \gamma_1 + \gamma_3)}}{\sqrt{3}} \\ \frac{e^{-i\gamma_1/2}}{3\sqrt{2}} \varepsilon (\cos \alpha + 3i \sin \alpha) & 1 + 2/3\varepsilon \cos \alpha & \frac{\varepsilon e^{-i/2(2\alpha + \gamma_3)}}{\sqrt{6}} \\ \frac{\varepsilon e^{i/2(2\alpha - \gamma_1 + \gamma_3)}}{\sqrt{3}} & \frac{\varepsilon e^{i/2(2\alpha + \gamma_3)}}{\sqrt{6}} & 1 \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Dễ thấy ma trận  $H$  lúc này không còn là chéo nữa do sự xuất hiện của nhiễu loạn  $\varepsilon$ , đây chính là điều kiện cần để có leptogenesis. Khi đó, dựa vào các phương trình (23, 24, 25, 26), ta tính được đại lượng bất đối xứng CP  $\varepsilon_i^\alpha$  ( $i = 1, 2, 3; \alpha = e, \mu, \tau$ ) từ sự phân rã của RHN thứ  $i$ .

Bên cạnh đại lượng  $\varepsilon_i^\alpha$ , để tính số bất đối xứng baryon ta cần phải tính các hệ số suy giảm (washout factor)  $K_i^\alpha$  do sự phân rã ngược của RHN thứ  $i$  [15]

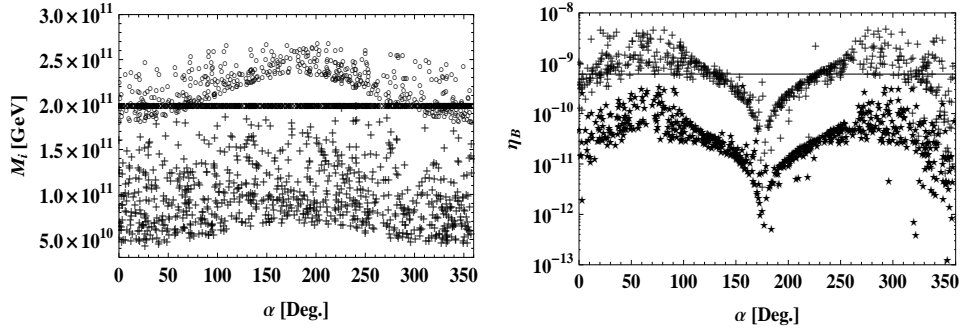
$$K_i^\alpha = \frac{\Gamma_i^\alpha}{H(M_i)} = \frac{\tilde{m}_i^\alpha}{m_*}, \quad \tilde{m}_i^\alpha = \frac{v_u^2 (\tilde{Y}_v)_{i\alpha} (\tilde{Y}_v^*)_{i\alpha}}{M_i}, \quad m_* = \frac{16\pi^{5/2}}{3\sqrt{5}} \sqrt{g_*} \frac{v_u^2}{M_{Planck}}, \quad (27)$$

Trong đó  $\Gamma_i^\alpha$  là tốc độ phân rã của quá trình  $N_i \rightarrow l^\alpha \varphi^\dagger$  và  $H(M_i)$  là hằng số Hubble,  $g_* = 288,75$  là số bậc tự do hiệu dụng của mô hình [16] ở nhiệt độ  $T = M_i$  và khối lượng Planck  $M_{Planck} = 1,22 \cdot 10^{19}$  GeV.

Các số bất đối xứng lepton nhận các suy giảm khác nhau bởi hệ số suy giảm tương ứng. Số bất đối xứng lepton ứng với mỗi vị  $\alpha$  sinh ra trong quá trình phân rã của  $N_i$  được cho bởi [15] trong trường hợp suy giảm mạnh (strong washout) suy giảm yếu (weak washout) lần lượt là

$$Y_i^\alpha \approx 0.3 \frac{\varepsilon_i^\alpha}{g_*} \left( \frac{0.55 \times 10^{-3} eV}{\tilde{m}_i^\alpha} \right)^{1.16}, \quad (28)$$

$$Y_i^\alpha \approx 1.5 \frac{\varepsilon_i^\alpha}{g_*} \left( \frac{\tilde{m}_i^\alpha}{3.3 \times 10^{-3} eV} \right) \left( \frac{\tilde{m}_i^\alpha}{3.3 \times 10^{-3} eV} \right), \quad (29)$$



**Hình 6: Phổ khối lượng của các RHN theo tham số nhiễu loạn  $\alpha$  (hình bên trái)**

Trong đó "o", "x" - đường nằm ngang và "+" tương ứng là  $M_1, M_2$  và  $M_3$ . Hình bên phải là giá trị tiên đoán BAU của mô hình. "3/4" và "+" tương ứng với thang khối lượng của các RHN là  $B = 5.10^9 GeV$  và  $B = 10^{11} GeV$ . Tham số siêu đối xứng  $\tan \beta = 2,5$ . Đường nằm ngang là giá trị thực nghiệm của BAU [18]

trong đó tham số  $\tilde{m}_i$  được cho bởi  $\tilde{m}_i = \sum_{\alpha} \tilde{m}_i^{\alpha}$

Ở nhiệt độ vũ trụ vào cỡ  $10^9 (1 + \tan^2 \beta) GeV \leq T \sim M_i \leq 10^{12} GeV (1 + \tan^2 \beta) GeV$ , các quá trình tương tác với sự tham gia của hạt tau ( $\tau$ ) là ở cân bằng, trong khi đó các quá trình tương tác có sự tham gia của muon ( $\mu$ ) và electron ( $e$ ) là không cân bằng. Khi đó số đối xứng lepton cho electron và muon có thể cộng được với nhau  $Y_i^2 = Y_i^e + Y_i^{\mu}$ . Khi đó số bất đối xứng baryon được cho bởi [15]

$$Y_B \approx \frac{10}{31} \sum_i \left[ Y_i^2 \left( \varepsilon_i^2, \frac{541}{761} \tilde{m}_2 \right) + Y_i^{\tau} \left( \varepsilon_i^{\tau}, \frac{494}{761} \tilde{m}_{\tau} \right) \right], \quad (31)$$

trong đó  $\varepsilon_1^2 = \varepsilon_1^e + \varepsilon_1^{\mu}$  và hệ số washout tương ứng là  $K_1^2 = K_1^e + K_1^{\mu}$ .

Cuối cùng, tỉ số baryon-photon được tính bởi [17]

$$\eta_B = \frac{s}{n_{\gamma}} \Big|_0 Y_B = 7.04 \cdot Y_B, \quad (32)$$

trong đó chỉ số "0" chỉ thời gian hiện tại.

Hình bên trái của hình 6 trình bày phổ khối lượng của các RHN, trong đó "o", "x" - đường nằm ngang và "+" tương ứng là  $M_1, M_2$  và  $M_3$ . Ở đây thang khối lượng của RHN là  $B = 10^{11} GeV$  và tham số siêu đối xứng được sử dụng trong bài này là  $\tan \beta = 2,5$ . Dễ thấy khối lượng của các RHN là không chênh lệch lớn, do đó quá trình tính leptogenesis (do đó tính BAU) chúng ta xét đóng góp của cả ba thế hệ RHN. Giá trị tiên đoán BAU của mô hình được trình bày ở hình bên phải của hình 6, trong đó "3/4" và "+" tương ứng với thang khối lượng của các RHN là  $B = 5.10^9 GeV$  và  $B = 10^{11} GeV$ . Từ đây chúng ta có thể kết luận rằng, để quá trình leptogenesis có phân biệt sự đóng góp của các lepton thế hệ (flavored leptogenesis) thực hiện thành công, và do đó giải thích được BAU, thì thang khối lượng của các RHN vào cỡ  $10^{10} GeV$  cho  $\tan \beta = 2,5$ .

### 5 KẾT LUẬN

Chúng tôi nghiên cứu mô hình  $S_4$ , trong đó dạng tri-bimaximal của ma trận trộn khu vực lepton thu được một cách tự nhiên. Trong mô hình này, tích số  $Y_{\nu} Y_{\nu}^{\dagger}$ , vốn

xuất hiện trong quá trình leptogenesis, tỉ lệ với ma trận đơn vị, do đó leptogenesis không thực hiện được trong mô hình. Để có leptogenesis, do đó cho phép giải thích được BAU, chúng tôi xét đến một nhiễu loạn trong ma trận khối lượng của neutrino Dirac và đã thực hiện thành công quá trình leptogenesis. Trong nghiên cứu này, tham số siêu đối xứng được chọn là  $\tan \beta = 2,5$ , khi đó thang khối lượng của các RHN cần thiết cho quá trình leptogenesis là vào cỡ  $10^{10}$  GeV, do đó ta phải phân biệt quá trình phân rã của các neutrino nặng phân cực phải ra các thế hệ lepton khác nhau. BAU, do đó, được sinh ra trong quá trình leptogenesis có phân biệt đóng góp của các lepton thế hệ.

Chúng tôi cũng nghiên cứu các hiệu ứng vật lý ở năng lượng thấp. Tổng khối lượng các neutrino nhẹ  $\sum_i m_i$  cùng với khối lượng hiệu dụng  $|\langle m_{ee} \rangle|$  của các thí nghiệm  $0\nu\beta\beta$  được tính toán cụ thể. Các giá trị tiên đoán của  $\sum_i m_i$  và  $|\langle m_{ee} \rangle|$  của chúng tôi nằm dưới miền đo được của các thí nghiệm hiện tại, nhưng hoàn toàn nằm trong khả năng đo đạc của các thí nghiệm sắp thực hiện. Đặc biệt, giá trị tiên đoán của chúng tôi cho góc trộn  $\theta_{13}$  là khá lớn ( $\sim 4,5^\circ$ ), giá trị này có thể đo được bởi các thí nghiệm về dao động neutrino đang được triển khai.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] T. Schwetz et al., New J. Phys. 10, 113011 (2008); M. Maltoni, T. Schwetz, rXiv:0812.3161 [hep-ph].
- [2] P. F. Harrison et al., Phys. Lett. B 530, (2002) 167 ; P. F. Harrison et al., Phys. Lett. B 535, (2002) 163.
- [3] E. Ma et al., Phys. Rev. D 64 (2001) 113012; K. S. Babuet al., Phys. Lett. B 552 (2003) 207.
- [4] F. Feruglio et al., Nucl. Phys. B 775 (2007) 120; M. C. Chen et al., Phys. Lett. B 652 (2007) 34
- [5] S. Pakvasa et al., Phys. Lett. B 82 (1979) 105; T. Brown et al., Phys. Lett. B 141 (1984) 95.
- [6] F. Bazzocchi et al., Nucl. Phys. B 816, (2009) 204; Federica et al., Phys. Rev. D 80 (2009) 053003.
- [7] M. Fukugita et al., Phys. Lett. B 174, (1986) 45; G. F. Giudice et al., Nucl. Phys. B 685 (2004) 89.
- [8] C. D. Froggatt and H. B. Nielsen, Nucl. Phys. B 147 (1979) 277.
- [9] P. Minkowski, Phys. Lett. B 67, (1977) 421; R. N. Mohapatra et al., Phys. Rev. Lett. 44, 912 (1980).
- [10] E. Komatsu et al. [WMAP Collaboration], Astrophys. J. Suppl. 180, 330 (2009).
- [11] A. Dietz et al., Phys. Lett. B 586, 198 (2004); C. Arnaboldi et al., Phys. Rev. C 78, 035502 (2008); C. Aalseth et al., arXiv:hep-ph/0412300; I. Abt et al., arXiv:hep-ex/0404039.
- [12] X. Gou et al. arXiv:hep-ex/0701029 ; J.K. Ahn et al. arXiv:hep-ex/1003.1391.
- [13] L. Covi et al., Phys. Lett. B 384, (1996) 169; A. Pilaftsis, Int. J. Mod. Phys. A 14, (1999) 1811.
- [14] T. Fujihara et al., Phys. Rev. D 72, (2005) 016006; A. Abada et al, JHEP 0609, (2006) 010.
- [15] A. Abada et al., JCAP 0604, (2006) 004; S. Antusch et al., JCAP 0611, (2006) 011.
- [16] M. Fukugita and ., Physics of neutrinos and application to astro-physics, Springer, 2003.
- [17] V. Barger et al., Phys. Lett. B 583, (2004) 173; W. Buchmuller et al., Nucl. Phys. B 643, (2002) 367.
- [18] D.N. Spergel et al., Astrophys. J. Suppl. 148, (2003) 175; M. Tegmark et al., Phys. Rev. D 69, (2004) 103501; C. L. Bennett et al., Astrophys. J. Suppl. 148, (2003) 1.