



## ĐIỀU KHIỂN CÂN BẰNG CON LẮC NGƯỢC SỬ DỤNG BỘ ĐIỀU KHIỂN CUỐN CHIỀU

Nguyễn Văn Khanh<sup>1</sup>, Nguyễn Vĩnh Hào<sup>2</sup> và Nguyễn Ngô Phong<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Khoa Công nghệ, Trường Đại học Cần Thơ

<sup>2</sup> Trường Đại học Bách Khoa Thành phố Hồ Chí Minh

### Thông tin chung:

Ngày nhận: 27/09/2013

Ngày chấp nhận: 28/04/2014

### Title:

Stabilization control an inverted pendulum using backstepping controller

### Từ khóa:

Con lắc ngược, Điều khiển cuộn chiều, Hệ thống phi tuyến

### Keywords:

Inverted Pendulum, Backstepping Control, Nonlinear System

### ABSTRACT

This paper presents a new technique for designing a real-time stabilization controller in order to balance an inverted pendulum using backstepping method. The performance of the proposed method was compared with that of Linear-Quadratic Regulator method (LQR). The DSP TMS320F28835 microcontroller was used to apply two controllers into the real system. We also developed a graphical user interface (GUI) to supervise and collect data from the real system during running process. Experimental results showed that the response performance of the proposed backstepping controller was much better than that of LQR controller under disturbance and mass change.

### TÓM TẮT

Bài báo trình bày việc thiết kế bộ điều khiển ổn định thời gian thực để cân bằng con lắc ngược dùng phương pháp cuộn chiều. Kết quả thực nghiệm của phương pháp đề xuất được so sánh với bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái LQR để đánh giá chất lượng điều khiển. Để chạy thời gian thực bộ điều khiển vi điều khiển TMS320F28835 thuộc dòng DSP của hãng TI đã được chọn. Một chương trình GUI cũng được phát triển để giúp việc thu thập dữ liệu cũng như quan sát đáp ứng được dễ dàng hơn. Kết quả thực nghiệm cho thấy bộ phương pháp đề xuất điều khiển cân bằng con lắc và ổn định vị trí xe tốt hơn phương pháp LQR ngay cả khi tác động nhiễu từ bên ngoài hay thay đổi khối lượng con lắc.

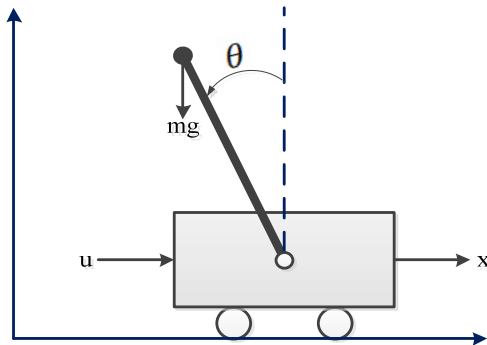
## 1 GIỚI THIỆU

Hệ thống con lắc ngược gắn trên xe (Hình 1) là một đối tượng nghiên cứu rất phổ biến từ những năm 50. Nó vốn là một hệ thống không ổn định thường được sử dụng để kiểm tra sự thực thi và hiệu quả của các thuật toán điều khiển (Radhamohan, Subramaniam, & Nigam, 2010). Có nhiều lý thuyết và phương pháp thiết kế cân bằng hệ thống con lắc ngược trong các công bố của các thập niên qua (Tsai & Lin, 2003). Trong đó LQR là bộ điều khiển cân bằng điển hình cho kết quả mô phỏng và thực nghiệm khá tốt (Chen, Zhou *et al.*,

2007; Chatterjee, Patra, & Joglekar, 2002). Tuy nhiên, việc xác định giá trị Q, R lúc thực nghiệm để hệ ổn định tốn nhiều thời gian.

Trong những năm gần đây các phương pháp thiết kế phi tuyến được tập trung nghiên cứu và ứng dụng rất mạnh. Trong đó, điều khiển cuộn chiều (Krstic, Kanellakopoulos, & Kokotovic, 1995; Khalil, 1996) tỏ ra là một phương pháp thiết kế mạnh mẽ và linh hoạt cho các hệ thống phi tuyến (Tsai & Lin, 2003). Phương pháp này đã được áp dụng vào cân bằng hệ thống con lắc ngược và cho kết quả mô phỏng rất tốt.

Trong bài báo này, nhóm tác giả cũng sử dụng phương pháp cuốn chiếu để cân bằng hệ thống con lắc ngược nhưng đề xuất một luật điều khiển mới so với luật điều khiển đã công bố trong (Tsai & Lin, 2003). Luật điều khiển này được kiểm tra thực tế trên mô hình tự thiết kế. Đồng thời chúng tôi cũng thực thi bộ điều khiển LQR trên cùng mô hình để so sánh chất lượng của hai bộ điều khiển. Một phần mềm thu thập và vẽ dữ liệu đáp ứng cũng được phát triển để hỗ trợ trong quá trình thực nghiệm. Kết quả cho thấy, bộ điều khiển cuốn chiếu cho đáp ứng tốt hơn, góc và vị trí xe ổn định ngay cả khi tác động nhiễu từ bên ngoài hay thay đổi khối lượng của con lắc.



Hình 1: Mô hình con lắc ngược

**2 PHƯƠNG TIỆN VÀ PHƯƠNG PHÁP**

Bộ điều khiển cuốn chiếu trong nghiên cứu này được xây dựng trên phần mềm MATLAB/Simulink, phiên bản 2012a. Bộ điều khiển được kiểm nghiệm trên hệ thời gian thực sẽ được trình bày trong phần kết quả thực nghiệm.

**2.1 Mô hình toán học của hệ thống con lắc ngược**

Áp dụng định luật II Newton ta được phương trình động học của con lắc ngược như sau (Tsai & Lin, 2003):

$$\begin{aligned}
 (M + m) \frac{d^2}{dt^2} (x - l \sin \theta) &= u - T \\
 (M + m) \frac{d^2}{dt^2} (l \cos \theta) &= V - (M + m) g \\
 J \frac{d^2 \theta}{dt^2} &= (F - T)l \cos \theta + Vl \sin \theta
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Trong đó,  $M$  là khối lượng xe,  $m$  là khối lượng con lắc,  $x$  là khoảng cách từ trục quay đến trọng tâm của con lắc,  $J$  là mô-men quán tính của con lắc,  $V$  là lực tạo ra theo phương ngang,  $F$  là lực ma sát xe với trục là hệ số ma sát. Theo (Tsai & Lin, 2003) ta có phương trình trạng thái của hệ thống mô tả như công thức (2) dưới đây:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_3 \\
 \dot{x}_2 &= x_4 \\
 \dot{x}_3 &= \frac{a(u - T - \mu x_4^2 \sin x_2) + lmg \cos x_2 \sin x_2}{J + ml \sin^2 x_2} \\
 \dot{x}_4 &= \frac{l(F - T - mx_4^2 \sin x_2) + mg \sin x_2}{J + ml \sin^2 x_2}
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Trong đó,  $a = l^2 + \frac{J}{M+m}$  và  $m = l(M + m)$ , vector trạng thái của hệ thống là  $[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$ ,  $x_1$  là khoảng cách di chuyển xe,  $x_2$  góc con lắc  $x_2 = 0$  khi con lắc hướng lên  $x_2 = \theta$  khi con lắc hướng xuống,  $x_3$  vận tốc di chuyển xe,  $x_4$  vận tốc góc con lắc. Mục đích của bộ điều khiển ở đây là giữ con lắc hướng lên và xe về vị trí 0.

**2.2 Thiết kế giải thuật cân bằng dùng phương pháp cuốn chiếu**

Trước khi thiết kế bộ điều khiển dùng phương pháp cuốn chiếu, hệ thống phi tuyến (2) được tuyến tính hóa quanh điểm cân bằng  $\bar{s} = 0$ , theo (Tsai & Lin, 2003) ta có phương trình trạng thái tuyến tính hóa sau đây:

$$\dot{\underline{s}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{mgl}{J} & \frac{-ab}{J} & 0 \\ 0 & \frac{mg}{J} & \frac{-lb}{J} & 0 \end{bmatrix} \underline{s} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{a}{J} \\ \frac{l}{J} \end{bmatrix} u
 \tag{3}$$

Trong đó,  $\underline{s} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$ ,  
 $\underline{s} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$

Sau đó chúng ta tiến hành thiết kế bộ điều khiển. Mục đích bộ điều khiển ở đây là giữ góc con lắc ở vị trí cân bằng  $\bar{s} = 0$ . Quá trình thiết kế theo (Tsai & Lin, 2003) gồm các bước như sau:

Bước 1: Đặt  $z_1 = x_2$ , suy ra  $\dot{z}_1 = \dot{x}_2 = x_4$ , mục tiêu là thiết kế luật điều khiển  $x_4$  để  $z_1$  tiến về 0. Chọn hàm Lyapunov xác định dương như sau :

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2
 \tag{4}$$

Đạo hàm  $\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = z_1 x_4$  (5)

Để hệ thống ổn định hay hàm Lyapunov xác định âm, ta chọn luật điều khiển  $x_4 = -c_1 z_1$  (với  $c_1 > 0$  là hệ số thiết kế), ta được:

$$\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2 \leq 0
 \tag{6}$$

Mục tiêu kế tiếp là tìm luật điều khiển  $u$  để  $-c_1 z_1$  tiến về  $x_4$ .

Bước 2: Ta đặt,  $z_2 = x_4 + c_1 z_1$

Đạo hàm của  $z_2$ :

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_4 + c_1 \dot{z}_1 = \frac{mg}{J} x_2 - \frac{lb}{J} x_3 + \frac{l}{J} u + c_1 x_4 \quad (7)$$

Chọn hàm Lyapunov xác định dương như sau:

$$V_2 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (8)$$

Có đạo hàm:

$$\dot{V}_2 = z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 = z_1(z_2 - c_1 z_1) + z_2 \left( \frac{mg}{J} x_2 - \frac{lb}{J} x_3 + \frac{l}{J} u + c_1 x_4 \right) \quad (9)$$

Để  $\dot{V}_2 \leq 0$  thì,

$$\frac{mg}{J} x_2 - \frac{lb}{J} x_3 + \frac{l}{J} u + c_1 x_4 = -c_2 z_2 - z_1 \quad (10)$$

Suy ra luật điều khiển:

$$u = \frac{1}{l} [-(mg + J + Jc_1c_2)x_2 + lbx_3 - J(c_1 + c_2)x_4] \quad (11)$$

Vậy theo lý thuyết ổn định Lyapunov,  $z_1$  và  $z_2$  hội tụ về 0 hay  $x_2$  và  $x_4$  hội tụ về 0. Khi đó:

$$\dot{x}_1 = x_3, \dot{x}_3 = 0 \quad (12)$$

Ta thấy, mặc dù góc con lắc tiến về 0 nhưng vận tốc xe lại có khuynh hướng tiến về hằng số. Do đó, vị trí xe không thể tiến về 0. Vấn đề đặt ra là tìm dạng biểu thức của  $z_1$  để khắc phục tình trạng này.

Ở bài báo này, chúng tôi đưa ra dạng của  $z_1$  như sau:  $z_1 = x_2 - k_1 x_1$ . Việc thiết kế lại bộ điều khiển theo trình tự như sau:

Bước 1: Với  $z_1$  đề nghị ta có đạo hàm

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_2 - k_1 \dot{x}_1 = x_4 - k_1 x_3 \quad (13)$$

Chúng ta cần tìm luật điều khiển để  $z_1$  hội tụ về 0. Chọn hàm Lyapunov xác định dương như sau:

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (14)$$

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = z_1 x_4 - k_1 z_1 x_3 \quad (15)$$

Để  $\dot{V}_1$  xác định âm ta chọn  $x_4 = -c_1 z_1 + k_1 x_3$ .

Suy ra:

$$\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2 \leq 0 \quad (16)$$

$$\text{Bước 2: Đặt } z_2 = x_4 + c_1 z_1 - k_1 x_3 \quad (17)$$

Đạo hàm của  $z_2$ :

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_4 - k_1 \dot{x}_3 + c_1 \dot{z}_1$$

$$= \frac{l-k_1a}{J} u + \frac{mg-k_1mgl}{J} x_2 - \left( \frac{lb-k_1ab}{J} + k_1c_1 \right) x_3 + c_1 x_4 \quad (18)$$

Chọn hàm Lyapunov xác định dương như sau:

$$V_2 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (19)$$

Có đạo hàm:

$$\dot{V}_2 = z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 = z_1(z_2 - c_1 z_1) + z_2 \dot{z}_2 \quad (20)$$

Để  $\dot{V}_2$  xác định âm thì:

$$\dot{z}_2 = -z_1 - c_2 z_2 \quad (21)$$

Suy ra luật điều khiển  $u$  để  $z_2$  hội tụ về 0 là:

$$u = \frac{1}{l-k_1a} (h_1 x_1 + h_2 x_2 + h_3 x_3 + h_4 x_4) \quad (22)$$

Trong đó,

$$h_1 = Jk_1k_2d_2$$

$$h_2 = -[mg(1 - k_1l) + Jd_2]$$

$$h_3 = Jk_1d_1 - k_1ab + lb$$

$$h_4 = -Jd_1$$

$k_2$ : là hằng số thiết kế được thêm vào để hiệu chỉnh giá trị của biến trạng thái  $x_1$  trong luật điều khiển  $u$ .

$$d_1 = c_1 + c_2$$

$$d_2 = c_1c_2 + 1$$

Vậy với luật điều khiển  $u$  như trên thì hệ thống  $(z_1, z_2)$  ổn định. Như vậy, bộ điều khiển cuốn chiếu thiết kế không chỉ giữ cân bằng con lắc và còn điều khiển xe về vị trí 0.

### 3 KẾT QUẢ THỰC NGHIỆM

Bộ điều khiển được chạy thời gian thực trên mô hình do nhóm tác giả thực hiện (Hình 2) với các thông số như sau:

- Chiều dài hành trình: 0.7 m
- Chiều dài con lắc: 0.27 m
- Khối lượng con lắc: 0.1 kg
- Khối lượng xe: 1.2 kg
- Hệ số ma sát:  $0.08 \frac{Ns}{m}$
- Mô-men quán tính con lắc:  $0.003863 \frac{Kg}{m^2}$
- Truyền động dùng động cơ DC 24V, 60W, 9000rpm, sau giảm tốc 468rpm.
- Vận tốc tối đa của xe:  $0.98 \frac{m}{s}$

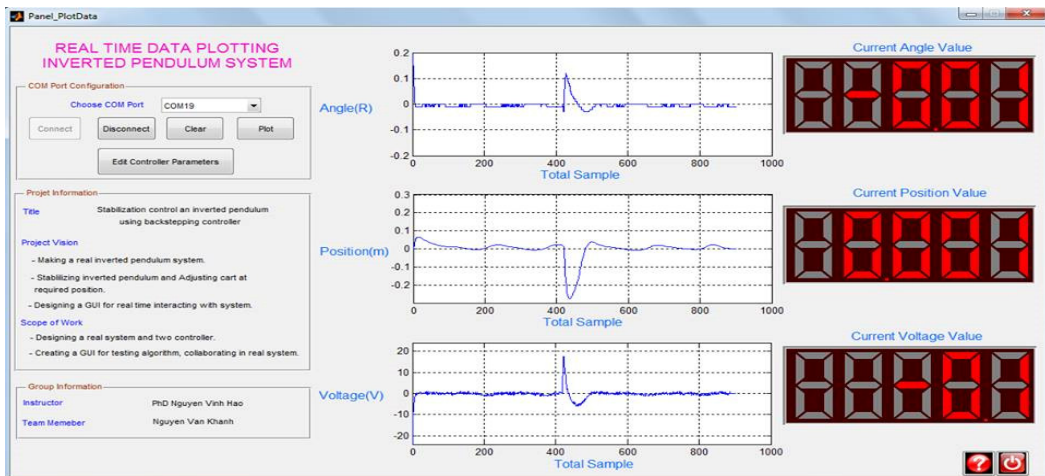


**Hình 2: Mô hình con lắc thực tế**

Để thuận lợi cho việc thực nghiệm và quan sát đáp ứng nhóm tác giả cũng đã thiết kế thành công một phần mềm giao diện kết nối bộ điều khiển thông qua giao tiếp nối tiếp sử dụng công cụ GUI của Matlab. Giao diện phần mềm như Hình 3. Phần

mềm có các chức năng sau:

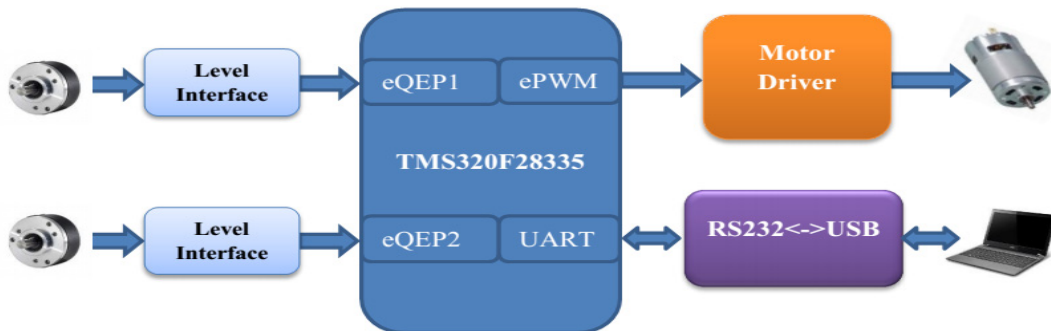
- Thiết lập thông số cho bộ điều khiển.
- Đọc đáp ứng và vẽ lên giao diện.
- Lưu trữ đáp ứng dưới dạng hình ảnh.



**Hình 3: Giao diện phần mềm thu thập dữ liệu đáp ứng**

Sơ đồ khối mạch điều khiển hệ thống như Hình 4. Vì điều khiển TMS320F28335 được sử dụng làm bộ xử lý trung tâm. Hai encoder đo góc và vị trí được kết nối đến hai bộ đọc encoder eQEP phần cứng thông qua bộ chuyển mức logic vi encoder

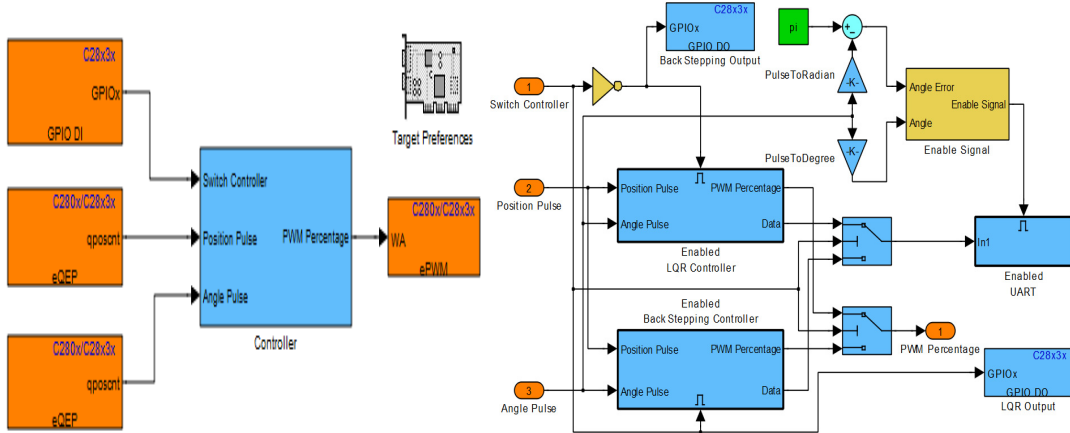
sử dụng logic RS422 còn vi điều khiển sử dụng logic 3.3V. Động cơ DC được điều khiển qua bộ ePWM và mạch công suất. Hệ thống kết nối với phần mềm thu thập dữ liệu qua cổng nối tiếp.



**Hình 4: Sơ đồ khối mạch điều khiển**

Chương trình điều khiển (Hình 5) viết bằng Matlab/Simulink cho TMS320F28335. Cả hai bộ điều khiển cuộn chiếu và LQR cùng được xây dựng trên cùng một chương trình. Tại một thời điểm chỉ có một bộ điều khiển hoạt động và được chọn bằng một switch kết nối vào GPIO58. Bộ điều khiển chỉ hoạt động và dữ liệu đáp ứng chỉ gửi

về máy tính khi góc con lắc đạt giá trị 0.2rad. Ngoài ra, hai Led đơn cũng được kết nối vào GPIO61 và GPIO63 để chỉ thị bộ điều khiển cuộn chiếu hay LQR đang kích hoạt. Để tránh nguy hiểm cho mô hình, chương trình cũng thiết kế thêm chức năng kiểm tra vị trí xe nếu nó vượt quá giới hạn sẽ tự động tắt động cơ.



Hình 5: Chương trình điều khiển

a) Chương trình tổng quát b) Chương trình khối Controller

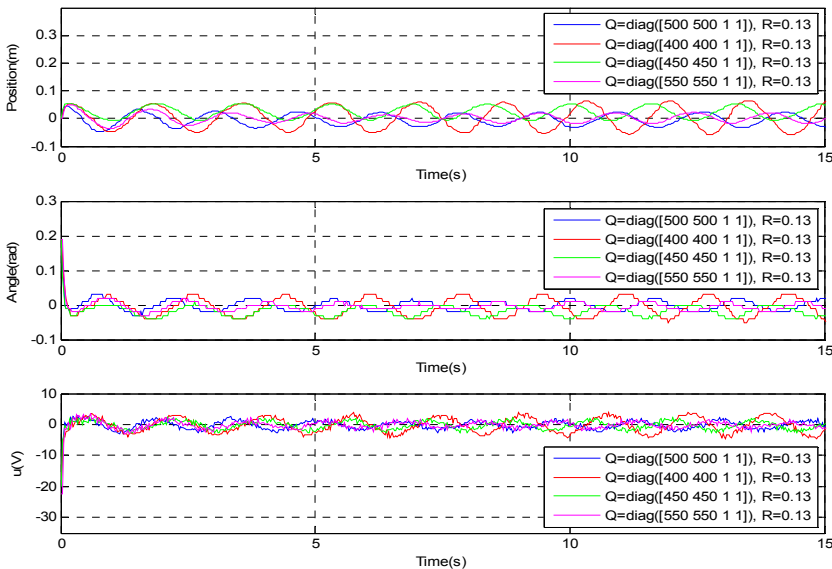
### 3.1 Kết quả thực nghiệm bộ điều khiển LQR

Kết quả thực nghiệm khi thay đổi giá trị của Q, giữ nguyên giá trị R=0.13, khối lượng con lắc 100g như Hình 6.

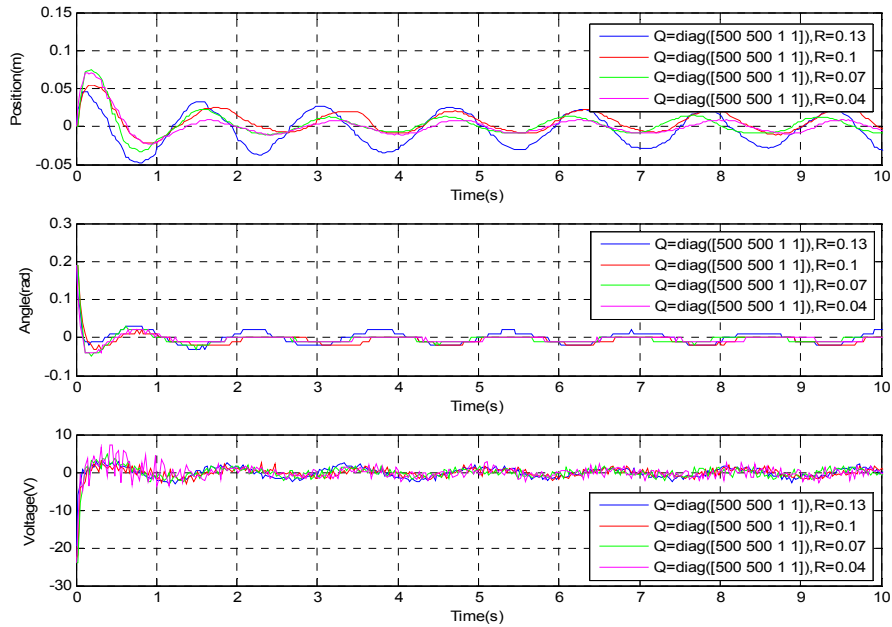
Kết quả thực nghiệm khi thay đổi giá trị của R,

giữ nguyên giá trị Q=diag([500 500 1 1]), khối lượng con lắc 100 g như Hình 7.

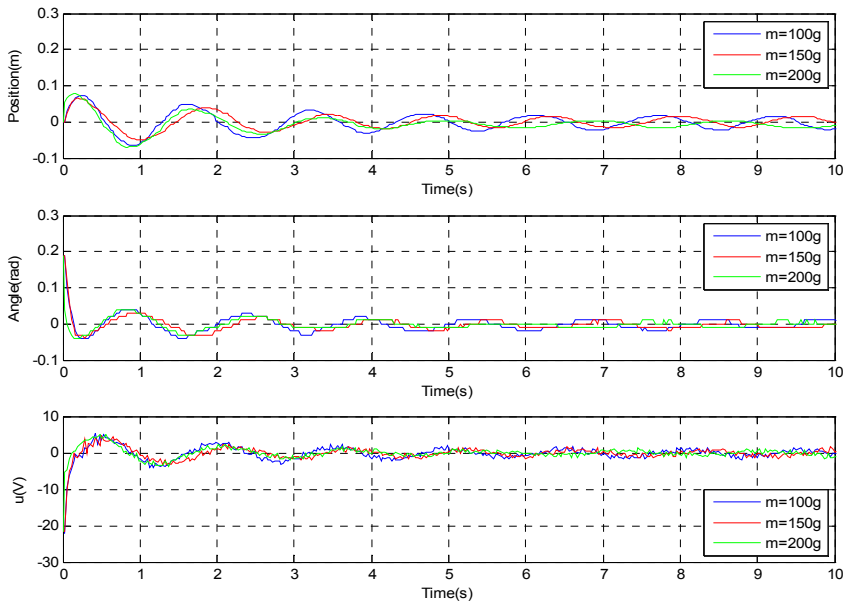
Kết quả thực nghiệm khi thay đổi khối lượng con lắc, giá trị Q=diag([500 500 1 1]), R=0.13.



Hình 6: Đáp ứng bộ điều khiển LQR khi Q thay đổi



**Hình 7: Đáp ứng bộ điều khiển LQR khi R thay đổi**



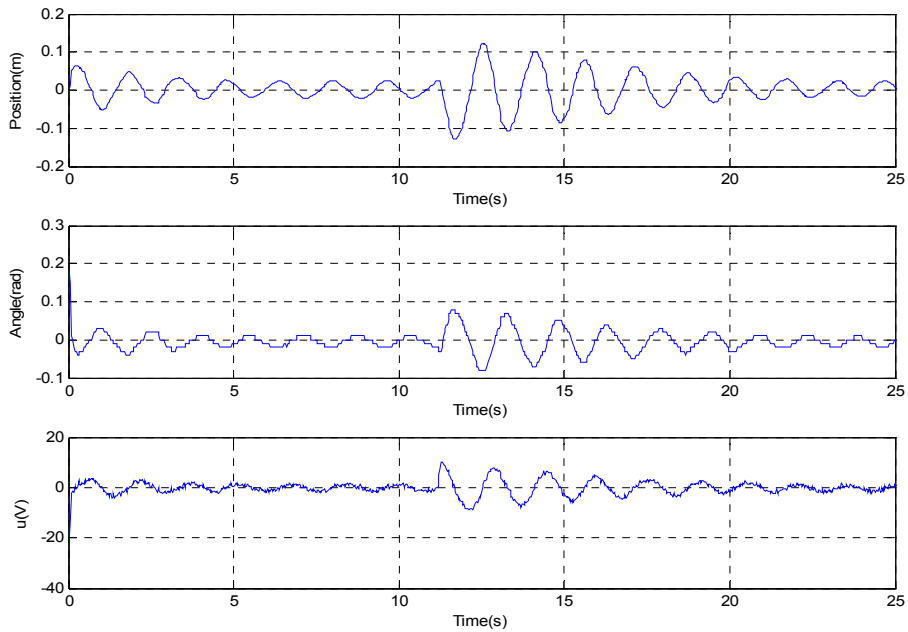
**Hình 8: Đáp ứng bộ điều khiển LQR khi thay đổi khối lượng con lắc**

Từ đáp ứng Hình 6, 7, 8 ta thấy bộ điều khiển LQR đã hoạt động tốt với mô hình con lắc đã thiết kế. Góc con lắc và vị trí xe dao động tắt dần. Bộ điều khiển hoạt động tốt khi Q có giá trị từ 400 đến 550, nếu  $Q < 400$  vị trí xe dao động mạnh và vượt khỏi giới hạn, nếu  $Q > 550$  áp điều khiển dao động

mạch làm cho mô hình rung lắc. Tương tự, bộ điều khiển LQR hoạt động tốt khi R có giá trị từ 0.04 đến 0.13.

Kết quả thực nghiệm khi tác động nhiễu vào con lắc, giá trị  $Q = \text{diag}([500 \ 500 \ 1 \ 1])$ ,  $R = 0.13$ , khối lượng con lắc 150 g như Hình 9.





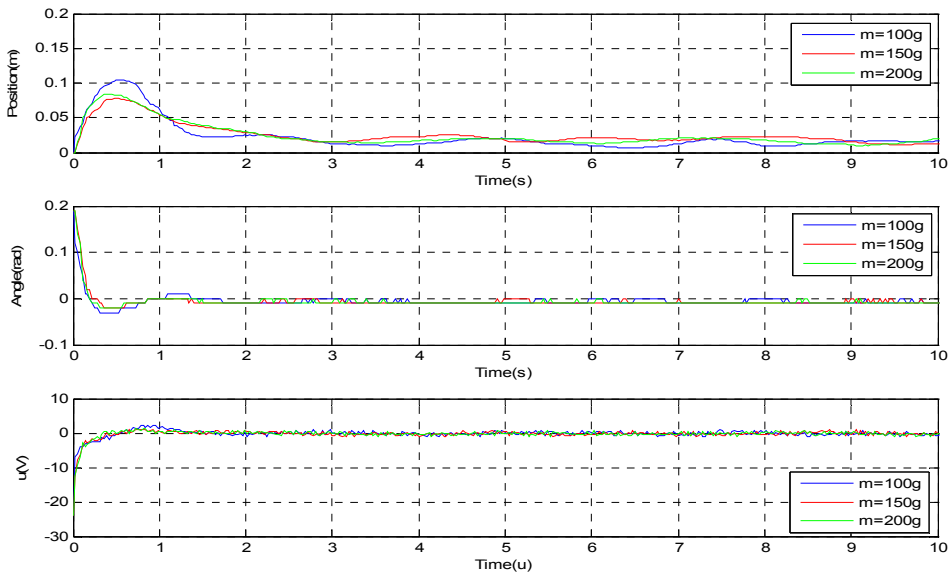
**Hình 9:** Đáp ứng bộ điều khiển LQR khi thay đổi tác động nhiễu vào con lắc

**3.2 Kết quả thực nghiệm bộ điều khiển cuộn chiếu**

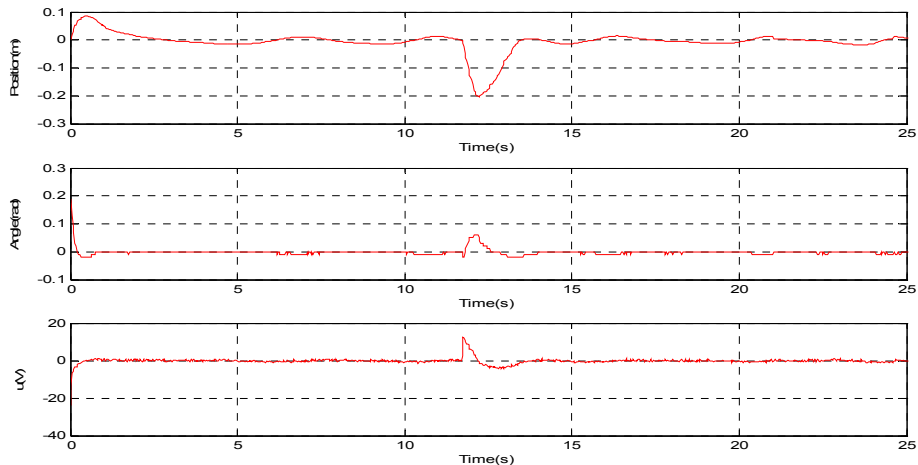
Kết quả thực nghiệm khi thay đổi khối lượng con lắc,  $k_1 = 2.9, k_2 = \frac{1}{9}, d_1 = 65, d_2 = 170$ , đáp

ứng như Hình 10.

Kết quả thực nghiệm khi tác động nhiễu vào con lắc, khối lượng con lắc 150 g, đáp ứng như Hình 11.



**Hình 10:** Đáp ứng bộ điều khiển cuộn chiếu khi thay đổi khối lượng con lắc



**Hình 11: Đáp ứng bộ điều khiển cuộn chiếu khi thay đổi tác động nhiễu vào con lắc**

**3.3 So sánh chất lượng của hai bộ điều khiển**

Từ các kết quả thực nghiệm cho thấy cả hai bộ điều khiển cuộn chiếu và LQR đều chạy tốt trên mô hình thật. Tuy nhiên, bộ điều khiển cuộn chiếu cho đáp ứng tốt hơn bộ điều khiển LQR. Chất lượng điều khiển góc con lắc của hai bộ điều khiển như Bảng 1. Đáp ứng bộ điều khiển cuộn chiếu có độ vọt lố thấp (5%) và thời gian xác lập rất nhanh chỉ cần 0.6s, trong khi đối với bộ điều khiển LQR đáp ứng có độ vọt lố đến 15% và cần đến 7.8s góc mới có thể xác lập.

**Bảng 1: Chất lượng điều khiển của hai giải thuật**

Tiêu chuẩn	Cuộn chiếu	LQR
Thời gian tăng	0.2s	0.14s
Thời gian xác lập	0.6s	7.8s
Độ vọt lố	5%	15%
Sai số xác lập	5%	5%

Xét về điều khiển vị trí xe, bộ điều khiển cuộn chiếu cho kết quả tốt hơn rất nhiều so với LQR. Trong đa số các trường hợp, khi chạy bộ điều khiển LQR vị trí xe dao động rất mạnh quanh vị trí 0 và tắt dần. Trong khi đó khi chạy bộ điều khiển cuộn chiếu vị trí xe thay đổi chậm và dao động rất ít.

Khi có sự tác động của nhiễu từ bên ngoài vào con lắc (Hình 9 và Hình 11), bộ điều khiển cuộn chiếu cho đáp ứng rất tốt chỉ cần 1.83s để góc con lắc và vị trí xe ổn định trở lại, vị trí xe không dao động; trong khi LQR cần 7.8s để góc con lắc và vị trí xe ổn định trở lại, vị trí xe và góc con lắc dao động mạnh và tắt dần.

**4 KẾT LUẬN**

Bài báo đã trình bày phương pháp thiết kế luật

điều khiển cân bằng hệ thống con lắc ngược bằng phương pháp cuộn chiếu. Luật điều khiển này đã được chứng minh sự đúng đắn của nó qua thực nghiệm trên mô hình thật do chính nhóm tác giả thực hiện. Kết quả thực nghiệm còn cho thấy luật điều khiển cuộn chiếu cho đáp ứng tốt hơn bộ điều khiển LQR.

**TÀI LIỆU THAM KHẢO**

1. Radhamohan, S., Subramaniam, A., & Nigam, D. (2010). Fuzzy Swing-Up And Stabilization Of Real Inverted Pendulum Using Single Rulebase. Journal of Theoretical and Applied Information Technology, 43-50.
2. Tsai, F.-K., & Lin, J.-S. (2003). Nonlinear Control Design of 360-Degree Inverted Pendulum Systems. The Fourth International Conference on Control and Automatic, (pp. 634-638).
3. Chen, X., Zhou, H., & et al. (2007). Linear Motor Driven Inverted Pendulum and LQR Controller Design. Proceedings of the IEEE International Conference on Automation and Logistics, (pp. 1750-1754).
4. Chatterjee, D., Patra, A., & Joglekar, K. (2002). Swing-up and stabilization of a cart-pendulum system under restricted cart track length. System & Control Letters, (pp. 355-364).
5. Krstic, M., Kanellakopoulos, I., & Kokotovic, P. (1995). Nonlinear and Adaptive Control Design. Wiley-Interscience Publication.
6. Khalil, H. (1996). Nonlinear Systems. Prentice Hal.